

Teknisk slutrapport för
*RANPLAN-Beräkningsstöd för planering och
resursallokering på rangerbangården*

Sara Gestrelius, Markus Bohlin, Per Danielsson, Martin Aronsson
SICS, Box 1263, 164 29 KISTA
email: förnamn.efternamn@sics.se

22 december 2011

SICS Technical Report T2011:11
ISSN 1100-3154

Sammanfattning

I denna rapport presenteras de modeller och resultat som projektet *RANPLAN-beräkningsstöd för planering och resursallokering* producerat. RANPLAN finansierades av Trafikverkets FUD-program (F 09-11546/AL50) och pågick från januari 2010 till december 2011. Under projektets gång har ett flertal heuristiska algoritmer och optimeringsmodeller tagits fram som skulle kunna förbättra och förenkla planeringen vid rangerbangårdar. En demonstrator baserad på historiska data visar att metoderna är så pass skalbara och effektiva att de är attraktiva för kommersiell implementering. Vidare presenteras förslag på lämpliga effektivitets- och kvalitetsmått för rangering.



TRAFIKVERKET

Swedish
Institute of
Computer
Science

SICS

Innehåll

1	Introduktion	3
1.1	Samarbetspartner	3
2	Rangering i Sverige	4
2.1	Rangering vid Hallsberg	4
2.2	Övriga rangerbangårdar	6
2.3	Rangerbangårdar i Europa	6
3	Matematiska modeller och algoritmer	8
3.1	Formell problemdefinition	8
3.2	Förarbetssteget	9
3.3	Heuristiker	10
3.3.1	Klick-baserad heuristik	10
3.3.2	Förbättringsheuristik	12
3.4	MIP-modeller	12
3.4.1	Modell för givna in- och utrullningstider	12
3.4.2	Starttillstånd	15
3.4.3	Gruppade avgångar	15
3.4.4	Lokala växlingsdrag	20
3.4.5	Modell utan givna in- och utrullningstider	20
4	Resultat och utvärdering av modeller	22
4.1	Data	22
4.2	Resultat	23
5	Demonstrator	24
6	Effektivitet och kvalitet	28
7	Sammanfattning och rekommendationer för implementering	29
A	Resultattabeller	32
B	MIP-modell utan givna in- och utrullningstider	35

1 Introduktion

Effektiva och högkvalitativa godstransporter via järnväg är helt nödvändiga för tung svensk industri. En nyckelkomponent i transportkedjan som har stor effekt på dess punktlighet och transporttid är *rangering*, en form av växling med syfte att från ankommande vagnar bilda nya avgående godståg i transportnätets knutpunkter. Korta stilleståndstider och punktliga avgångar är viktiga mål för rangeringen, men samtidigt är rangering en mycket komplex verksamhet där det är svårt att överblicka konsekvenserna av olika val som görs tidigt i planeringen. Idag är planeringen och styrningen nästan uteslutande baserad på erfarenhet och kunskap hos ansvarig personal.

Projektet LORANGA syftar till att utveckla IT-system för rangering, och har tagit flera viktiga steg för att öka möjligheterna till överblick, åtgärd och planering för rangerledaren. Dock tar LORANGA inte fram någon beräkningsmodul för optimerad resurshantering av bangården. En sådan modul förväntas underlätta och effektivisera utnyttjandet av infrastruktur genom att säkerställa önskad tågfyllnad och punktlighet, och därigenom öka leverans kvaliteten. Dessutom skulle en matematiskt grundad planering vara konkurrensneutral och minska personberoendet.

Syftet med den här rapporten är att presentera de modeller och resultat som projektet *RANPLAN – Beräkningsstöd för planering och resursallokering på rangerbangården* producerat. RANPLAN är ett FUD finansierat projekt som pågått under åren 2010 och 2011, med mål att ta fram och utvärdera algoritmer och metoder för beslutsstöd i realtid för rangering på bangård, samt att undersöka hur en beräkningsmodul för optimerad resurshantering skulle kunna utformas och vad som bör ingå i denna. Även identifiering av lämpliga mått för att mäta effektivitet och kvalitet ingick i RANPLANs projektspecifikation.

1.1 Samarbetspartner

Pertti Kuusisto var sponsor under projektets tidigare del, och ersattes sedan av Hans Dahlberg. Styrgruppen har bestått av Pelle Andersson (Green Cargo), Jakob Ruda (Simulett) och Fredrik Nyberg (SFL).

Vidare har Trafikverket och järnvägsindustrin bidragit med information och erfarenheter om den svenska rangeringsprocessen, och de matematiska modellerna har utvecklats i nära samarbete med internationella universitet med specialistkunskap inom rangeringsmodellering och optimering. Referensgruppen från Trafikverket bestod av Pertti Kuusisto, Anders Ekmark, Per-Arne Kreitz, Mats Åkerfeldt, Jonas Hermansson, Kent Jakobsson, Mats Eng, Henry Norström och Patrik Fritzing. Övriga personer som hjälpt till är Mattias Jenstav från Triona samt Inger Eriksson och Emma Jeppsson från Green Cargo. Inom ramen för Loranga har vi även besökt rangerbangårdar i Österrike och Schweiz, och i samband med detta diskuterat planeringssystem med Dieter Wissekall med flera från ÖBB samt Michael Kipp med flera från SBB. Vad gäller akademiska samarbetspartner har de matematiska modellerna utarbetats i samarbete med Jena Maue, Holger Flier och Matúš Mihalák från Eidgenössische Technische Hochschule (ETH) Zürich. Även Marco Lübecke och Florian Dahms från Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule (RWTH) Aachen knöts till projektet under dess senare del och arbetar med att definiera modeller med snabbare lösningstid. Projektmedtagare från SICS har varit Martin Aronsson, Markus Bohlin, Per Danielsson och Sara Gestrelus.

2 Rangering i Sverige

Det finns 13 speciella rangerbangårdar i Sverige, och även ett antal mindre planväxlingsbangårdar där växling kan ske. Enligt Järnvägsnätsbeskrivningen [19] ska en rangerbangård vara utrustad med en vall med infarts- och/eller utfartsgrupp. En rangerbangård med vall kallas *vallbangård*, och fungerar genom att inkommande tåg puttas över vallen för att sedan med hjälp av gravitationskraften och ett växlingssystem sorteras in på olika spår i den spårsamling som kallas riktningssgruppen. Utanför Sverige har ibland stora rangerbangårdar (t.ex. Maschen, Limmattal och Bailey Yard) flera vallsystem för t.ex. rangering först på destination och sedan på vagnsordning. I denna rapport fokuserar vi dock på rangering med endast en vall.

Ett utmärkande drag för svensk godstrafik är att vagnar bokas på specifika avgående tåg, och inte endast på destination vilket är vanligt i Europa. Detta innebär att rangeringsprocessen måste beakta de tidskrav som finns för att en vagn ska hinna med sitt bokade tåg. I övriga Europa väntas system för vagnsbokning börja användas inom en snar framtid. Detta leder högst sannolikt till att även andra länder börjar intressera sig för planeringssystem som uppfyller de speciella krav vagnsbokning innebär.

I allmänhet byggs varje avgående tåg på ett riktningsspår¹, vilket medför att kapacitetsproblem uppstår då för många avgående tåg är under uppbyggnad samtidigt. Därför används *blandspår*. Vilka vagnar som helst kan rullas till ett blandspår, och spåret fungerar som en temporär förvaringsplats för vagnar vars avgående tåg ännu inte börjat byggas eller av sorterings-skäl. Vagnarna som ställts på ett blandspår kommer att vid förutbestämda tidpunkter återigen dras tillbaka och rullas över vallen för att möjliggöra växling till ett riktningsspår. Denna aktivitet kallas *blanddragning*.

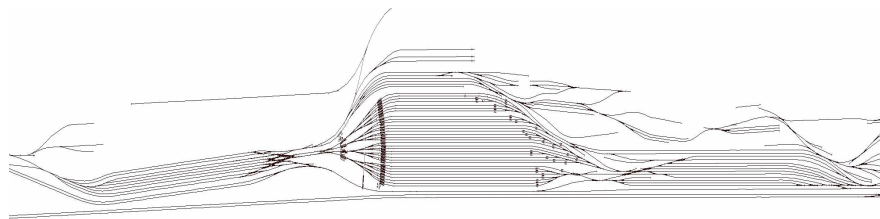
2.1 Rangering vid Hallsberg

I detta avsnitt beskrivs rangeringsprocessen så som den ser ut vid Hallsbergs rangerbangård. Data om Hallsbergs rangerbangård har tagits från BRÖ 05-36/BA50: Anläggningsbeskrivning Hallsberg rangerbangård [6]. Alla tidsangivelser är tagna från BRÖ 05-35/BA50: Trafikeringsplan Hallsberg rangerbangård [7], där de uppskattats utifrån Hallsbergs geografi och personal, samt godstågsegenskaper vad gäller exempelvis hastighet och vikt. En mer detaljerad beskrivning av hur alla siffror uppskattats finns i [7].

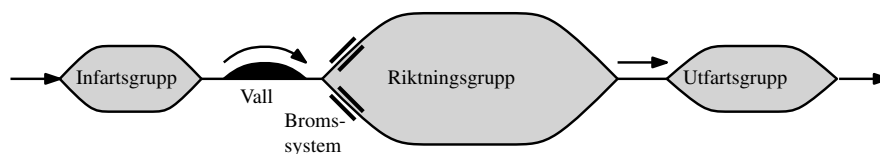
Hallsbergs rangerbangård är Sveriges största rangerbangård [6], och har varit i fokus under projektets gång. Genom sitt geografiska läge har den blivit navet inom svensk godstransport, och den har anslutningar från alla vädersträck med Laxå i väster, Katrineholm i öster, Örebro i norr och Mjölby i söder [6]. Hallsbergs rangerbangård består av fyra huvuddelar: infartsgruppen, vallen, riktningssgruppen och utfartsgruppen (se figur 1). Infartsgruppen (I-gruppen) består av 8 spår med en kapacitet på mellan 595 och 693 meter. I-gruppen har två spår över vallen, men bara ett används. Riktningssgruppen (R-gruppen) består av 32 riktningsspår med en kapacitet på mellan 374 och 760 meter, och utfartsgruppen (U-gruppen) har 12 spår med en kapacitet på mellan 563 och 886 meter. Figur 1 visar hur de olika spåren och grupperna hänger ihop.

För att modellera rangerbangården använder vi oss av en tids- och aktivitetsmodell som illustreras i Figur 2. När ett tåg anländer till Hallsberg för rangering är det första

¹Det finns förvisso undantag, t.ex. då ett tåg byggs med hjälp av flera spår för senare sammankoppling, eller det ovanligare fallet där flera tåg byggs på ett och samma spår. Dessa fall kan relativt enkelt föras in i det övergripande ramverket genom efterbehandling. Av denna anledning har vi valt att endast fokusera på normalfallet med ett tåg per riktningsspår.



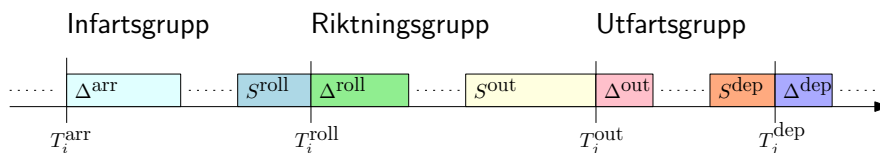
(a) Hallsbergs rangerbangård (ej skalenlig).



(b) Schematisk bild.

Figur 1: Rangerbangård med en vall.

som krävs ett ledigt infartsspår. På I-gruppen genomgår tåget sedan förberedelser och ankomstsynning innan det är redo att rullas över vallen till R-gruppen. Om det inte är lämpligt att rulla in tåget direkt kan det vänta på I-gruppen. Dock får det bara stå ett tåg per infartsspår åt gången. För att hinna med de förberedelser och den ankomstsynning som krävs bör ett stopp på minst 40 minuter ($\Delta^{\text{arr}} + S^{\text{roll}}$ i Figur 2) planeras in för varje tåg på I-gruppen. Varje inrullning tar sedan i genomsnitt 8 minuter (Δ^{roll} i Figur 2), och bara en inrullning kan ske åt gången.



Figur 2: Modellerade tidpunkter för rangering av ett ankommande tåg i och ett avgående tåg j , där vagnar från i ska rangeras till j .

När tåget rullas över vall måste vi ha bestämt vilket spår varje vagn ska rullas till. En vagn kan antingen rullas till ett riktningsspår med tillhörande avgående tågnummer, eller till ett spår avsett för blandning. Givetvis måste det spår som vagnen rullas till ha tillräckligt med kvarvarande längd för att kunna ta emot vagnen. Om vagnen rullas till ett blandspår måste den senare via ett blanddrag rullas till sitt tågs riktningsspår. I Hallsberg planeras några blanddrag per dygn in, och olika blandspår dras vid olika tider för att inte rulla vagnar onödigt många gånger över vall (se [7] om så kallade *smarta skrotspår*).

När vagnen slutligen hamnar på ett riktningsspår väntar den där åtminstone tills alla vagnar som ska med tåget har anlänt till spåret. Dessutom måste varje avgående tåg stå minst 44 minuter (S^{out} i Figur 2) på R-gruppen för att tid ska finnas för de bromstest och förberedelser som krävs innan tåget är redo att rullas vidare. Dock måste inte alla vagnar stå på spåret i 44 minuter, då förberedelserna kan påbörjas innan alla vagnar

rullats in. Då det avgående tåget är färdigbyggt dras det till U-gruppen och väntar där till avgång. Tåg kan också vänta på sin avgångstid på R-gruppen och sedan avgå direkt därifrån. Vi planerar dock för att alla tåg åker via U-gruppen, och står där i minst 12 minuter (S^{dep} i Figur 2) för att alla förberedelser ska hinnas med. En utrullning från R-gruppen till U-gruppen tar 1,6 minuter (Δ^{out} i Figur 2), och vi använder samma tid för en utrullning från U-gruppen till spår utanför rangerbangården (Δ^{dep} i Figur 2). Endast en utrullning åt gången kan ske mellan R-gruppen och U-gruppen, och återigen får det bara befinna sig ett tåg per spår.

Baserat på denna processbeskrivning noterar vi att ett komplett rangerschema måste innehålla spårreservation på I-gruppen för alla ankommande tåg, och på R-gruppen och U-gruppen för alla avgående tåg. Vidare behövs tider för inrullning, utrullning och blanddrag. Dessutom måste schemat bestämma vilka vagnar som ska slås till blandning och vilka som ska rullas direkt till ett riktningsspår.

2.2 Övriga rangerbangårdar

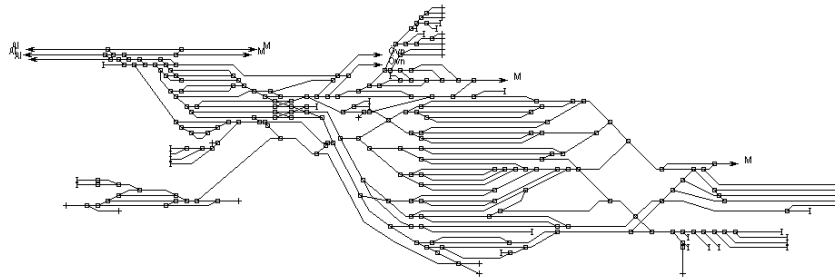
År 2000 koncentrerades rangeringen i Sverige till 4 av de 13 rangerbangårdarna, nämligen Malmö, Sävenäs, Hallsberg och Borlänge [8]. Malmös rangerbangård har p.g.a. sitt läge stor betydelse för internationell trafik [13, 20]. Rangerbangård är en så kallad *säckbangård* [20], vilket innebär att man inte kan köra igenom den. Därför måste alla tåg som skapats på R-gruppen avgå över I-gruppen när de är färdigbyggda, vilket leder till att det generellt är på I-gruppen som kapacitetsproblem uppstår. Dessa kapacitetsproblem förvärras dessutom av att diverse andra aktiviteter så som lokbyte på internationella tåg också sker på I-gruppen. Borlänge är en genomfartsbangård och den enda i Sverige där rangering sker från två håll. Vid rangering från två håll rullas vagnar över vall från ena hållet, samtidigt som vagnar dras ut och planväxlas från andra. Detta möjliggör snabbare rangering, med leder också till större säkerhetsrisker. Sävenäs rangerbangård utanför Göteborg är kopplad till Hamnbanan. Den är precis som Hallsberg en genomfartsbangård. Figur 3 innehåller schematiska bilder av de olika bangårdarna, så som de var representerade i BIS (Baninformationssystemet) år 2004.

Om tidsdata liknande den som finns för Hallsberg togs fram för övriga svenska rangerbangårdar, skulle de matematiska modeller vi utvecklat inom projektet gå att implementera även för dessa bangårdar, med visst undantag för Borlänge. Sävenäs borde gå att modellera upp enligt samma generella formler som används i denna rapport, medan smärre modifikationer av modellerna skulle krävas för att representera Malmös säckbangård. Däremot skulle den sorts två-hålls-rangering som används i Borlänge kräva ett större utvecklingsarbete, då förhållandet mellan de två rangeringsprocesserna är mer komplicerat. Även bangårdar som inte nödvändigtvis är rangerbangårdar (t.ex. Hagalund) skulle kunna analyseras med de metoder och modeller som utvecklats i RANPLAN.

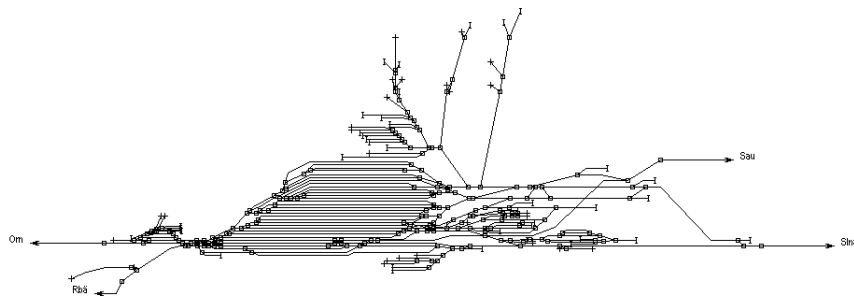
2.3 Rangerbangårdar i Europa

I detta stycke ger vi en översikt över några rangerbangårdar i Europa. Generellt kan sägas att de flesta rangerbangårdar i Europa är uppbyggda med vall och spår för ankommande och/eller avgående tåg. Därför går de modeller RANPLAN utvecklat att anpassas för rangerbangårdar även i övriga Europa.

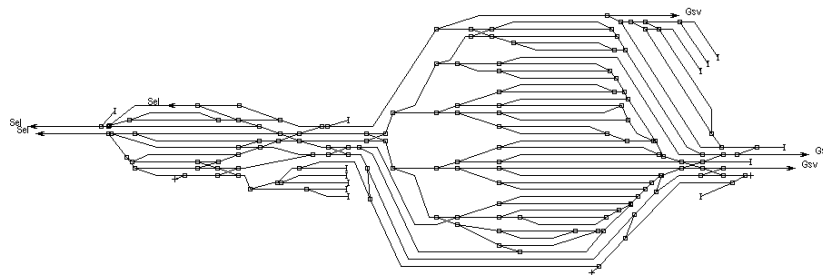
Under projektet har två rangerbangårdar i Europa besökts: Zentralverschiebebahn-hof Wien-Kledering och Rangierbahnhof Limmattal. Zentralverschiebebahn-hof Wien-Kledering är Österrikes största rangerbangård, och består av 15 infartsspår, 40 rikt-



(a) Malmö rangerbangård (ej skalenlig).



(b) Borlänge rangerbangård (ej skalenlig).



(c) Sävnes rangerbangård (ej skalenlig).

Figur 3: Ritningar av rangerbangårdar från BIS 2004.

ningsspår och 10 utfartsspår [5]. Rangerbangården drivs av ÖBB och öppnades 1983 [5].

Rangerbahnhof Limmattal, som ligger i Schweiz utanför Zürich, drivs av SBB Infrastructure och har en två-delad vall som leder till 64 riktningsspår [3]. Utöver dessa spår finns 18 infartsspår, 16 utfartsspår och ytterligare 8 sidospår [3]. SBB driver även rangerbangården Lausanne Triage i södra Schweiz, som har två parallella vallar men ingen utfartsgrupp. Lausanne Triage har 38 riktningsspår [4, 16].

Den största rangerbangården i Europa är Maschen, som ligger strax söder om Hamburg i Tyskland [2]. Maschen drivs av DB Schenker Rail [2], och är en två-sidig rangerbangård med ett rangersystem i nord-syd riktning, och ett i syd-nord riktning [2]. Nord-syd systemet består av 16 infartsspår och 48 riktningsspår, medan syd-nord systemet har 17 infartsspår och 64 riktningsspår [2]. Maschen öppnades 1977 [2].

3 Matematiska modeller och algoritmer

Detta stycke är inkluderat för de intresserade. Övriga kan med fördel hoppa till resultatdelen (avsnitt 4).

Ett flertal matematiska programmeringsmodeller och heuristiska algoritmer har tagits fram under projektets gång. De matematiska programmeringsmodellerna är av typen *blandade heltals programmeringsmodeller* (hädanefter kallade MIP-modeller efter engelskans *Mixed Integer Programming*). MIP-modeller har fördelen att de, givet de villkor ett problem reducerats till, kan hitta en bevisligen optimal lösning. Detta kan dock ta mycket lång tid och för många praktiska problem räcker det ofta att en bra men inte optimal lösning hittas. Därför kan optimeringen stängas ner efter en förutbestämmd tid, och den bästa lösning som hittills hittats används. Faktum är att rangeringsproblemet är en speciell instans av ett listfärgningsproblem av intervallgrafer, vilket är NP-komplett och därför i det generella fallet svårt att lösa (se [11]). Därför har även diverse heuristiker undersökts. De heuristiska algoritmer som tagits fram kan snabbt skapa ett rangeringsschema, men dessa schema är inte garanterade att vara vare sig optimala eller ens genomförbara. I praktiken verkar dock de heuristiska metoderna fungera väl. Gemensamt för alla metoder är att de försöker hitta ett schema som respekterar de tidsvillkor som finns inom rangering samtidigt som antalet vagnar på blandspår minimeras. Många av de modeller som presenteras i detta stycke kommer från Bohlin et. al. [10].

3.1 Formell problemdefinition

Antag att det finns en rangerbangård med k^{arr} spår på I-gruppen, k spår på R-gruppen och k^{dep} spår på U-gruppen. Spåren i I-gruppen och U-gruppen har oändlig kapacitet (d.v.s. vilket tåg som helst får plats på dem), medan riktningsspårens kapacitet är begränsad. Låt l_{Θ} beteckna riktningsspår Θ s kapacitet. Låt oss också anta att det finns k^{mix} blandspår med en total kapacitet på l^{mix} .

Vidare tänker vi oss att det finns n^{in} ankommande tåg, vilka ska rangeras till n avgående tåg. Vagnar med samma ankomst- och avgångståg behandlas som en enhet, en *vagnsgrupp* g . Varje ankommande tåg i ska tilldelas en inrullningstid r_i på vilken alla vagnsgrupper i tåg i rullas över vallen från I-gruppen till R-gruppen. Vid denna inrullning kommer varje vagnsgrupp antingen rullas till ett riktningsspår eller till blandspåret. Regeln är att om det avgående tåg j som grupp g tillhör har ett riktningsspår Θ reserverat vid g s inrullningstid r_i så rullas g till Θ , annars slås g till blandning. En vagnsgrupp som slagits till blandning måste innan sitt avgångstågs utrullningstid dras

och rullas till rätt riktningsspår. Blanddrag sker på tiderna p_1, \dots, p_m . Efter ett blanddrag kan vagnarna antingen återigen slås till blandning, eller rullas till det riktningsspår som reserverats för deras avgångståg. Regeln är precis som innan att om det finns ett reserverat riktningsspår ska vagngruppen rullas dit, och annars slås den till blandning.

Ett riktningsspår Θ kan reserveras för ett tåg j om det är tillräckligt långt för att rymma tåg j , och om det inte är reserverat för något annat tåg under j s reservationsperiod. En reservationsperiod för tåg j definieras av en start och sluttid, (s_j, o_j) , och i slutet av denna period rullas det avgående tåget till U-gruppen. För att kunna veta om spår Θ är tillräckligt långt för tåg j antar vi att varje vagngrupps längd, l_g , är given. Då blir kravet att tåg j får plats på spår Θ om $l_\Theta \geq \sum_{g \in G_j} l_g$, där G_j är den mängd vagnsgrupper som tåg j består av.

Då vi antagit att alla tåg får plats på alla U-gruppsspår reduceras planeringen av denna till att säkerställa att det aldrig befinner sig fler än k^{dep} tåg på U-gruppen samtidigt. Likaså får det aldrig befinna sig fler än k^{arr} tåg på I-gruppen samtidigt.

Givet dessa definitioner är problemet vi försöker lösa tilldelning av en inrullningstid, r_i , till varje ankommande tåg i , och av ett riktningsspår Θ samt reservationsperiod (s_j, o_j) till varje avgående tåg j . Blanddragstider, inrullningstider och utrullningstider kommer bestämmas i ett förarbetssteg, och de matematiska modellerna kommer sedan försöka reservera riktningsspår på ett sätt som minimerar den totala mängden vagnar på blandspår. Det vill säga, vi försöker hitta den av alla lämpliga schemalösningar som blandar minst antal vagnar och därför drar och rullar minst antal vagnar över vallen i onödan.

3.2 Förarbetssteget

Målet med förarbetssteget är att ta fram blanddrags-, inrullnings- och utrullningstider. Blanddrag- och inrullningstider ska dessutom gå att sammanfoga till ett möjligt vall-schema, och alla tiderna ska tillsammans bilda ett schemalägningsproblem som med stor sannolikhet är lösbart. För att åstadkomma detta hittar vi de tider som ger ett möjligt schema för riktningsspår med oändlig kapacitet, och antar att dessa tider även ger ett lösbart schemalägningsproblem då riktningsspårens kapacitet är begränsad.

Först främst gör vi förenklingen att alla tåg rullas ut på respektive senaste möjliga utrullningstid, d.v.s. $o_j = d_j - \Delta^{out} - S^{dep}$ där o_j är tågets utrullningstid, d_j dess avgångstid och $\Delta^{out} + S^{dep}$ den tid som förberedelserna på U-gruppen tar. Om U-gruppens kapacitet inte räcker vid denna förenkling, är den otillräcklig också i det ursprungliga problemet.

För att få en första allokering av riktningsspår planeras tågen in i en runtgående ordning (Round Robin) baserat på deras utrullningstid o_j . Detta kommer leda till att ett antal riktningsspår har fler än ett avgående tåg inplanerat åt gången. Om två eller fler tåg överlappar på ett riktningsspår hittar vi det tåg som har den tidigaste utrullningstiden, och kapar alla andra tågs tidigare delar vid denna tidpunkt. Vi flyttar de avkapade tågdelarna till blandspåret. Detta kommer ge ett schema där varje tåg är ensamt på sitt riktningsspår under en period innan dess senaste möjliga utrullningstid. Vi kallar dessa perioder *intervaller*.

Om vi kapat tåg efter vår initiala tilldelning finns det vagnar på blandspåret och vi måste planera in blanddrag. För att med säkerhet veta att alla vagnarna på blandspåret kan rullas till sitt riktningsspår i tid måste varje intervall innehålla minst ett blanddrag. Då vårt mål är att minimera antalet blanddrag planeras de in där de täcker så många tomma intervaller som möjligt. Med tomt intervall menar vi ett intervall som ännu inte har något inplanerat blanddrag.

Steg för steg är förarbetet följande:

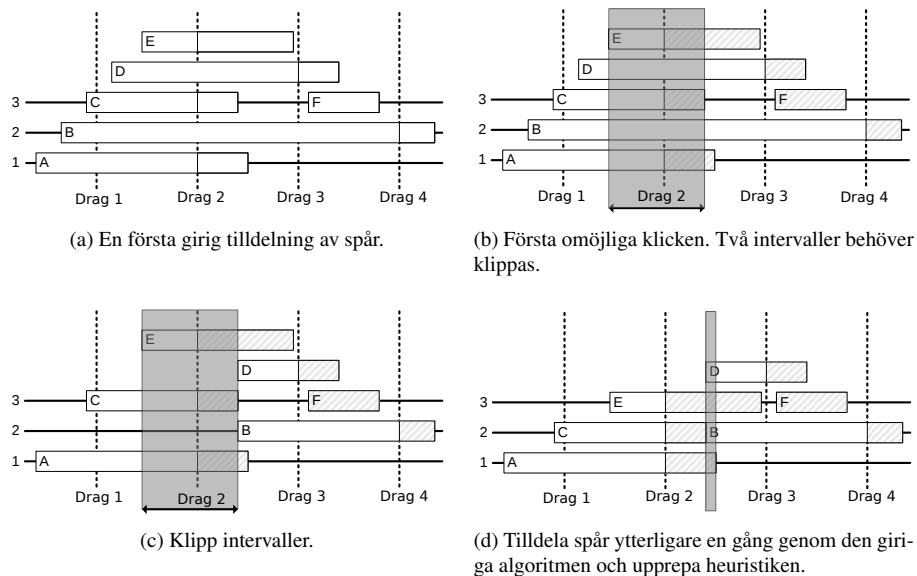
1. Inkommande tåg ställs på I-gruppen på ett av de lediga spåren. Då vi antar att alla tåg får plats på alla spår i I-gruppen är det irrelevant vilket av spåren tåget ställs på, bara det är ledigt vid tågets ankomsttid.
2. När I-gruppen är full körs det tåg som har den vagnsgrupp med den närmaste avgångstiden över vallen. Om flera tåg har samma närmaste avgångstid används ankomstordningen för att bestämma vilket av dessa tåg som ska rullas in först.
3. Som utrullningstid sätter vi den senaste möjliga utrullningstiden. D.v.s. $o_j = d_j - \Delta^{out} - S^{dep}$ där o_j är tågets utrullningstid, d_j dess avgångstid och $\Delta^{out} + S^{dep}$ den tid som förberedelserna på U-gruppen tar.
4. Vi tilldelar tåg till R-spår i en runtgående ordning och kapar vid överbelastning den överlappande delen av alla de tåglägen som inte har den närmaste utrullningstiden. Alla tåg kommer efter detta steg stå ensamma på sitt riktningsspår under en period innan dess utrullningstid. Som tidigare påpekats kallar vi dessa perioder intervaller.
5. Hitta den maximala mängden av ömsesidigt överlappande intervaller (den maximala *klick*en, se t.ex. [21]). Markera att ett blanddrag ska planeras in någonstans i klickens snittmängd. Stryk intervallerna i klicken från problemet, och upprepa tills alla intervaller har ett blanddrag.
6. Konstruera ett vallschema med ett blanddrag per klick-snittmängd från punkt 5 och en inrullning vid inrullningstidpunkterna i punkt 2. Det kan hända att vissa blanddrag eller inrullningar måste ändras något i tid för att ett möjligt schema ska kunna konstrueras, vilket kan leda till att vi försenar några ankommande eller avgående tåg.

3.3 Heuristiker

3.3.1 Klick-baserad heuristik

Ett tågs reservationsperiod är den tidsperiod som ett riktningsspår är reserverat för tåget, och den klick-baserade heuristiken bygger på ett antal insikter vad gäller avgående tågs möjliga reservationsperioder. Varje avgående tåg j har nämligen en period under vilken det finns vagnar som kan ockupera ett riktningsspår. Denna period är (arr, o_j) , där $arr = \min_{g \in G_j} r_g$ (d.v.s. den tidpunkt då den första vagnsgruppen tillhörande tåg j rullas in). Perioden (arr, o_j) är den största användbara reservationsperioden.

Om det finns ett lämpligt blanddrag l mellan arr och o_j , så kan tåg j s reservationsperiod dock vara kortare än (arr, o_j) då vagnar kan slås till blandning och sedan via detta blanddrag flyttas till riktningsspåret. Med lämpligt blanddrag menas drag som hinner flytta vagnar till riktningsspåret innan o_j ; $arr + \Delta^{roll} < p_l < o_j - \Delta^{pull} - \Delta^{roll} - \bar{S}^{out}$, där Δ^{roll} betecknar den tid det tar att rulla in ett tåg, Δ^{pull} betecknar den tid det tar att dra upp ett blandspår och \bar{S}^{out} den tid en vagnsgrupp måste stå på R-gruppen för att alla förberedelser ska hinnas med. Vi kan alltså minska (arr, o_j) till (arr', o_j) om $arr < arr' < p_l + \Delta^{pull} + \Delta^{roll}$. Vi säger att vi *klipper* j s reservationsperiod vid arr' . Denna klippning kommer dock till ett pris, nämligen att de vagnsgrupper som rullas in mellan (arr, arr') nu upptar kapacitet på blandspåret.



Figur 4: De första stegen vid heuristisk beräkning av schemat. Det finns 5 tåg (A-F), och tre riktningsspår. Blanddragen är markerade med streckade vertikala linjer. Grå områden kan inte klippas då blanddrag innan tågets avgångstid saknas. Den mörkgrå rektangeln visar den överlappning som är vår största klick.

Den klick-baserade heuristiken går ut på att hitta nödvändiga klipp av reservationsperioder (introducera ett eller flera arr'), samtidigt som den maximala mängden vagnar på blandspår minimeras. De två stegen i algoritmen beskrivs i detalj nedan, och ett exempel finns i figur 4.

Hitta de intervaller som måste klippas För att hitta de intervaller som måste klippas antar vi att det finns ett oändligt antal extraspår, c_1, c_2, c_3, \dots och så vidare. Extraspåren är olika långa inbördes, men alla är längre än det längsta spåret på R-gruppen. Mer specifikt, $l_{max} < l_{c_1} < l_{c_2} < l_{c_3} \dots$ där l_{max} är längden på det längsta riktningsspåret och l_{c_x} längden på extraspår c_x . Reservationsintervallerna sorteras sedan efter inrullningstid i en inte nedåtgående ordning, och planeras in på det kortaste lediga spåret med tillräcklig kapacitet för att ta emot tåget. När alla reservationsintervaller är inplanerade tittar vi på om några extraspår använts. Har inget extraspår använts är schemat klart, annars går vi vidare till nästa steg.

Klippning av intervaller Om extraspår c_x använts finns det någon gång under planeringsperioden fler reservationsintervaller planerade på R-gruppen än vad det finns plats till. Om tåg i planerats in på extra spår c_x , så vet vi att det någonstans inom tåg i s reservationsintervall finns ett gemensamt överlapp mellan reservationsintervaller som fyller alla spår längre än l_i och kortare än c_x . Dessa intervaller med gemensamt överlapp utgör en klick K .

Den klick som använder det största antalet extra spår hittas, och vi betecknar detta antal x och själva klick \hat{K} . Sedan hittas det överlappningsintervall som är gemensam för alla reservationsintervaller i klick \hat{K} . Kalla detta intervall $I_{\hat{K}}$, och låt t beteckna

$I_{\hat{K}}$ s sluttid. För att lösa kapacitetsproblemet inom klick \hat{K} försöker vi klippa x reservationsintervaller vid tid t . Om det finns fler än x reservationsintervaller som är möjliga att klippa, så väljs de intervaller som minimerar det maximala antalet vagnar på blandspåret. Sedan börjar vi om i steg 1 med de nya, avklippta, reservationsintervallerna.

3.3.2 Förbättringsheuristik

När ett möjligt schema har hittats kan vi försöka minska antalet vagnar på blandspår ytterligare genom att leta efter lokala förbättringar. Heuristiken som används för detta försöker minska antalet vagnar som skickas till blandspåret över hela perioden och bygger på två observationer. Den första observationen är att om vi har en giltig lösning, så kan vi dela upp både tåg och spår i delmängder, här kallade *hinkar*, så att varje tåg i en hink får plats på alla spåren i hinken. Den andra observationen är att givet en giltig lösning kan vi minimera blandspårsanvändningen för varje hink självständigt och oberoende. Eftersom alla tåg i en hink passar på alla spår, kan vi använda en girig algoritm som minimerar antalet vagnmeter som skickas till blandspåret, och på så sätt omorganisera tågen på spåren i hinkarna.

Den giriga algoritmen som används bygger på att vi räknar ut antalet vagnmeter som slås till blandning givet att två tåg planeras in efter varandra. Hur många av ett avgående tågs vagnar som måste slås till blandning beror endast på när det avgående tågets reservationsperiod börjar. Detta beror i sin tur på när det föregående tåget på riktningsspåret avgår. Alltså reduceras minimeringsproblemet till att hitta den optimala föregångaren för varje tåg. För att göra själva spårtilldelningen introduceras ett *fantomtåg* för varje spår. Om ett tåg har ett fantomtåg som föregångare innebär det att detta tåg är det första på det spår fantomtåget representerar. Vi kan nu göra om problemet till ett minsta-vikt-matchningsproblem på en bipartit graf (se [21]) med alla tåg och fantomtåg på ena sidan (den föregående sidan), och alla tåg (men inte fantomtåg) på andra sidan (den efterföljande sidan). Bågvikterna i grafen är antalet vagnmeter som behöver slås till blandning om tåget/fantomtåget på den föregående sidan ska följas av tåget på den eftergående sidan.

3.4 MIP-modeller

Matematisk programmering, som blandade heltalsmodeller är en undergrupp till, går ut på att man omvandlar ett verkligt problem till en mängd villkor (eller krav) som måste uppfyllas, och definierar en målfunktion som antingen ska maximeras eller minimeras. Sedan används algoritmer för att uppnå målet utan att bryta mot något av de villkor som definierats. Vi har utvecklat två olika modeller, en som använder sig av de blanddrag-, inrullnings- och utrullningstider som tagits fram under förarbetssteget, och en som inte gör det. Anledningen till att den sistnämnda versionen utvecklades är att den ger en lösning närmare den optimala då färre antaganden görs. Dock kräver den mer beräkningskraft. Båda dessa modeller finns i två versioner, en som bara försöker hitta ett lämpligt schema, och en som försöker hitta det schema som minimerar blandspårsanvändningen.

3.4.1 Modell för givna in- och utrullningstider

Under förarbetssteget har vi redan tagit fram blanddrag-, inrullnings- och utrullningstider som respekterar alla tidsvillkor. Det som återstår att fastställa är alltså en starttid s och ett spår Θ för varje avgående tåg i . För att åstadkomma detta introduceras en mängd

binära variabler för starttid-och tågkombinationer, x_{is} , där $x_{is} = 1$ innebär att tåg i s reservationsperiod startar på tid s . Som möjliga starttider används alla inrullnings- och blanddragstider. D.v.s.

$$S = I \cup D$$

där S är starttider, I inrullningstider och D blanddragstider.

Vidare används en mängd binära variabler för spår- och tågkombinationer, $y_{i\Theta}$. Här betyder $y_{i\Theta} = 1$ att tåg i reserverar spår Θ .

Målfunktion Vårt mål är att minimera antalet extra vagnsvallrullningar, vilket innebär att vi försöker minska det totala antalet vagnar i blanddrag. För en enskild vagnsgrupp beror antalet blanddrag endast på dess inrullningstid och starttid. Eftersom inrullningstiderna redan är fixerade från förarbetssteget är det bara starttiden som bestämmer antalet blanddrag. Faktum är att antalet blanddrag en vagnsgrupp måste göra, a_g , är antalet blanddrag som sker mellan dess inrullningstid och det första blanddrag som sker efter avgångstågets starttid. Om p_s^+ betecknar detta första blanddrag, så blir den matematiska beskrivningen,

$$a_g = |\{p \in P_g | p \leq p_s^+\}|,$$

där P_g är den delmängd blanddrag som sker efter vagnsgrupp g s inrullning, $P_g = \{p_i \in P | p_i > r_g\}$. För att räkna ut hur pass många blanddrag en viss starttid ger för ett visst avgående tåg i måste vi addera alla blanddrag per vagnsgrupp multiplicerat med antalet vagnar i den gruppen,

$$c_{is} = \sum_{g \in X_{is}} n_g a_g$$

där $X_{is} = \{g | g \in G_i, r_g < s\}$, d.v.s. alla vagnsgrupper som hör till avgångståg i och som har en inrullningstid före tåg i s starttid.

Nu kan vi definiera vårt mål i matematiska termer,

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{s \in S_i} c_{is} x_{is}$$

där S_i är den mängd starttider som är möjliga för tåg i , och övriga termer är definierade som tidigare.

Villkor Nu när vi har en målfunktion behöver vi också de villkor som lösningen ska uppfylla. De två lättaste villkoren är de som bestämmer att vi bara får allokera ett spår per tåg, och också bara en starttid per tåg:

$$\sum_{\Theta \in \Theta_i} y_{i\Theta} = 1, \quad 1 \leq i \leq n$$

$$\sum_{s \in S_i} x_{is} = 1, \quad 1 \leq i \leq n$$

Θ_i och S_i är alla spår respektive starttider som är möjliga för tåg i . D.v.s. alla spår som har tillräckligt med kapacitet och de starttider som inte är för sena (leder till att något tåg inte hinner avgå i tid) eller för tidiga (det finns inga vagnsgrupper att rulla in).

Nästa villkor som måste uppfyllas är att två tåg inte får stå på samma riktningsspår samtidigt. Detta modelleras som följer:

$$\sum_{s \in S_j: s < o_i} x_{js} + y_{j\theta} + y_{i\theta} \leq 2, \quad (ij) \in IJ, \theta \in \Theta_i \cap \Theta_j$$

där $IJ = \{(i, j) | 1 \leq i \leq j \leq n \wedge \min_{g \in G_j} r_g < o_i\}$, d.v.s. den mängd avgångs-tågpar (i, j) där minst en av j s tåggrupper rullas in innan tåg i avgår och vi riskerar en konflikt om tåg i och j schemaläggs på samma spår. Villkoret ovan tvingar lösningen till att inte låta tåg j s starttid ske innan tåg i har rullats ut om både i och j är schemalagda på samma spår θ . Är något av detta inte sant, t.ex. att i inte är schemalagt på samma spår θ som j , så kan övriga två påståenden vara sanna, men de måste inte vara det. Notera att villkoret är baserat på att tågen indexerats efter utrullningstid, d.v.s. tåg i kommer lämna R-gruppen innan tåg j .

Det sista villkoret handlar om kapacitet på blandspår. Vi börjar med att definiera två mängder. Den första är den mängd vagnsgrupper som måste slås till blandning om deras avgångståg i får starttid s ,

$$X_{is} = \{g | g \in G_i, r_g < s\},$$

där G_i är de vagnsgrupper som tåg i innehåller. Den andra mängden är de tåg- och starttidpar, (i, s) , som leder till att minst en vagnsgrupp tillhörandes tåg i är med i ett blanddrag p .

$$A_p = \{(i, s) | 1 \leq i \leq n, p \in P_i, s \in S_i, p \leq p_s^+\}$$

P_i är alla blanddrag som en vagnsgrupp från tåg i skulle kunna vara med i, och övriga termer är definierade som tidigare.

Vi kan nu uttrycka blandspårets kapacitetsvillkor med hjälp av dessa två mängder,

$$\sum_{(i,s) \in A_p} \sum_{g \in X_{is}: r_g < p} l_g x_{is} \leq l^{mix}, \quad 1 \leq p \leq m. \quad (1)$$

Komplett modell för optimalt schema

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^n \sum_{s \in S_i} c_{is} x_{is} & (2) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{\theta \in \Theta_i} y_{i\theta} = 1, & 1 \leq i \leq n \\ & \sum_{s \in S_i} x_{is} = 1, & 1 \leq i \leq n \\ & \sum_{s \in S_j: s < o_i} x_{js} + y_{j\theta} + y_{i\theta} \leq 2, & (ij) \in IJ, \theta \in \Theta_i \cap \Theta_j \\ & \sum_{(i,s) \in A_p} \sum_{g \in X_{is}: r_g < p} l_g x_{is} \leq l^{mix}, & 1 \leq p \leq m. \end{aligned}$$

Komplett modell för möjligt schema Modellen som beskrivits ovan försöker hitta det optimala schemat. För att hitta ett möjligt schema relaxeras kapacitetskravet (villkor 1 ovan) genom att en variabel λ adderas på högersidan av olikheten. λ representerar extrakapacitet på blandspåret, och begränsas till att vara positiv, $\lambda \geq 0$. Målfunktionen ändras till att vara min λ , d.v.s. vi försöker se till att ingen extrakapacitet används. Modellen blir:

$$\begin{aligned}
\min \quad & \lambda & (3) \\
s.t. \quad & \sum_{\Theta \in \Theta_i} y_{i\Theta} = 1, & 1 \leq i \leq n \\
& \sum_{s \in S_i} x_{is} = 1, & 1 \leq i \leq n \\
& \sum_{s \in S_j: s < o_i} x_{js} + y_{j\Theta} + y_{i\Theta} \leq 2, & (ij) \in IJ, \Theta \in \Theta_i \cap \Theta_j \\
& \sum_{(i,s) \in A_p} \sum_{g \in X_{is}: r_g < p} l_g x_{is} \leq l^{mix} + \lambda, & 1 \leq p \leq m.
\end{aligned}$$

3.4.2 Starttillstånd

Eftersom rangering sällan påbörjas med en helt tom rangerbangård, så måste starttillståndet när planeringen påbörjas kunna föras in i modellen. Notera att detta bara är möjligt om data finns tillgängligt om vilka vagnar som befinner sig på rangerbangården vid starttillfället, vilket inte gäller för den datamängd vi har tittat på.

Vi för in starttillstånd i modellen i avsnitt 3.4.1 genom att i förarbetssteget 1) begränsa mängden av möjliga starttider S_i och spårallokeringar Θ_i för ett avgående tåg i i enlighet med liggande spårallokeringar, och 2) justera kostnaderna c_{is} och mängderna X_{is} och A_p för tåg i och starttid s för de vagnar som befinner sig på ett blandspår. Liknande förändringar kan göras i de andra modellerna.

3.4.3 Gruppade avgångar

För godståg som passerar flera stationer där vagnsgrupper ska levereras är det ett krav att respektive vagnsgrupper kan kopplas av tåget utan omkoppling av övriga vagnar. Detta innebär att vagnsgrupperna kommer i omvänd ordning mot stationerna där vagnarna ska levereras från loket sett. Vi antar härnäst att ordningen i ett avgående tåg bör vara L, g_1, g_2, \dots, g_k , där L är lokgruppen som går först. Detta motsvarar att vagnsgrupp g_k lämnas, d.v.s. kopplas av tåget, vid den första leveransstationen efter rangerbangården, g_{k-1} vid den andra leveransstationen, och så vidare. Vagnsordningar i rangering behandlas i detalj i t.ex. [14].

De modeller som beskrivs i detta avsnitt har inte blivit implementerade då data för gruppning inte fanns att tillgå. Därför är deras validitet och lämplighet inte testade på samma sätt som andra modeller i denna rapport. Observera att vi i detta avsnitt (3.4.3) använder begreppet vagnsgrupp för vagnar som dels delar ankomsttåg, men också både avgångståg och slutdestination. Detta till skillnad mot de övriga matematiska modellerna där en vagnsgrupp är vagnar som delar samma ankomst- och avgångståg.

Enkel utökning av tidigare RANPLAN-modell för gruppade avgångar Den modell vi använder i avsnitt 3.4.1 kan inte direkt utökas för gruppade avgångar, då vagnsgruppernas individuella rörelser inte representeras som problemvariabler. I [9], som redogör för tidigare RANPLAN-resultat, representeras dock vagnarnas rörelser på detta sätt. Modellen från [9] kan därför utökas som följer.

I [9] definieras ankomsttiden till riktningsspåret

$$T_i^{\text{start}} = r_i \dot{x}_{i0} + \sum_{p \in \mathcal{P}_i} (p_p + \Delta^{\text{pull}}) \dot{x}_{ip},$$

där r_i är tiden för första inrullningen av g_i , och \dot{x}_{ip} är en binär variabel definierad per vagnsgrupp i och blanddrag p samt för fallet $p = 0$ (som representerar att vagnsgruppen går direkt till riktningsspåret). Att $\dot{x}_{ip} = 1$ betyder alltså att g_i ankommer till riktningsspåret vid tidpunkten $p_p + \Delta^{\text{pull}}$ då $p \neq 0$, eller vid tidpunkten r_i då $p = 0$. För att "vända" på vagnsgrupper som kommer i fel ordning behöver vi endast se till att ankomsttiderna till riktningsspåret är i rätt ordning.

Vi börjar med att anta att endast ett blandspår används. Antag vidare att vi för grupperna g_i och g_j vill åstadkomma att vagnsgrupp g_i kommer före g_j i det avgående tåget, d.v.s. $i < j$. Om g_i och g_j kommer med olika ankommande tåg, så kan vi säkerställa rätt ordning i avgående tåg genom att lägga till följande begränsningar av ankomsttiderna för vagnsgrupperna till riktningsspåret:

$$T_i^{\text{start}} < T_j^{\text{start}}, \quad (4)$$

där T_i^{start} är ankomsttiden till riktningsspåret för grupp i . Samma villkor gäller om istället g_i och g_j kommer med samma ankommande tåg i fel ordning; kommer g_i och g_j i rätt ordning med samma tåg räcker villkoret

$$T_i^{\text{start}} \leq T_j^{\text{start}}.$$

Om fler än ett blandspår används så behöver modellen modifieras så att endast ett blandspår dras tillbaka över vallen åt gången. Detta kan åstadkommas genom att för varje valldrag p definiera vilket blandspår som valldraget åsyftar. Detta kommer öka antalet valldrag som behöver representeras, men kommer inte på annat sätt påverka modellen, om vi samtidigt kräver att en vagnsgrupp endast slås till blandning på ett och samma spår mellan en ankomst till rangerbangården och dess nästa avgång. En modell där vagnar dessutom kan flyttas mellan blandspår kräver dock en mer detaljerad modellering av vagnsflyttningar mellan spåren.

Möjlig utökning för fullständig implementering av gruppade avgångar För att vagnsgrupper ska kunna flyttas mellan blandspåren krävs en modell som följer vagnsgruppernas exakta rörelser mellan blandspår och riktningsspår. I detta stycke förklarar vi hur en sådan modell kan utformas, både för den tidigare RANPLAN-modellen i [9] och för de modeller som presenteras i denna rapport.

För att veta huruvida en viss vagnsgrupp är med i ett speciellt blanddrag eller inte använder vi idéer från [14], och låter helt enkelt en binär variabel x_g^p definiera om en vagnsgrupp g är med i blanddrag p , $x_g^p = 1$, eller inte, $x_g^p = 0$. Ett blanddrag $p \in P$ där P inkluderar alla möjliga blanddrag (av alla spår). Blanddragen i P är indexerade efter tidsordning, d.v.s. p_i dras före p_{i+1} . Vilket spår som dras vid ett blanddrag p är förbestämt, och alla blanddrag av ett spår b är en undergrupp till P , $P_b \subseteq P$, med likhet endast om bara ett blandspår används. Vidare definierar vi P_{p_j} som alla drag som sker

tidigare än $p_j \in P_b$ fram till och inklusive drag $p_{j-n} \in P_b$, där p_{j-n} är det närmsta draget av spår b innan p_j . D.v.s.

$$P_{p_j} = \{p_i : p_i < p_j, p_i \geq p_{j-n}, p_j \in P_b, p_{j-n} \in P_b, \nexists p_k \in P_b : p_{j-n} < p_k < p_j\}.$$

Denna mängd drag är viktig då en vagnsgrupp som är med i drag $p_j \in P_b$ måste uppfylla minst ett av de följande påståendena:

1. Vagnen har varit med i det drag av spår b som inträffade innan p_j , d.v.s. vagnen har varit med i valldrag p_{j-n} .
2. Vagnen har rullats till spår b i ett valldrag efter p_{j-n} .
3. Vagnen har rullat till spår b från I-gruppen efter p_{j-n} .

I fall 1 och 2 så måste minst en av binärerna i P_{p_j} vara 1 för att p_j ska kunna vara 1. Givet att en vagn är inrullad från I-gruppen och redan har varit med i minst ett valldrag så kan vagnen bara vara med i ett drag av ett spår b om den antingen var med i det senaste valldraget av b eller om den efter det senaste valldraget av b har rullats till spår b via ett valldrag. D.v.s. antingen har vagnen stått på blandspåret länge, och är med i det senaste valldraget av spåret, eller så har den nyligen rullats dit. Om vagnen var med i det tidigare blanddraget är $p_{n-j} = 1$. Är $p_{j-n} = 0$ så måste någon av de andra binärerna i P_{p_j} vara ett för att vagnen ska kunna befinna sig på spår b vid valldrag p_j . Dock måste även de effekter som punkt 3 innebär inkluderas. D.v.s. om ett tåg rullats in från I-gruppen efter det blanddrag p_{j-n} som är P_{p_j} s tidigaste valldrag så måste alla $p_i \in P_{p_j}$ kunna vara noll. Vi definierar därför $P_{p_j}^i$ för $i \in \mathcal{I}$ där \mathcal{I} är alla ankommande tåg. Sedan introducerar vi ett fantomblanddrag p_{ph} som representerar inrullningen, och inkluderar detta drag i alla $P_{p_j}^i$ som begränsas av tågets inrullning istället för av p_{j-n} . Slutligen sätter vi villkoret att $p_{ph} = 1$ vilket leder till att ordningsvillkoret kan modelleras som,

$$x_{g_i}^{p_j} \leq \sum_{p_n \in P_{p_j}^i} x_{g_i}^{p_n} \quad \forall g_i, i \in \mathcal{I}, \forall p_j \in P.$$

Utöver detta borde alla valldrag som sker innan ett tågs inrullningstid tvingas att alltid vara noll för vagnar som ingår i det tåget.

När vagnsgrupp g rullats till sitt reserverade riktningsspår kommer den inte vara med i fler blanddrag. Därför vet vi att om en vagnsgrupp g är inrullad från I-gruppen men inte deltar i några blanddrag efter en tidpunkt t , d.v.s.

$$\sum_{\forall p \in P: r_i(g) < t < p} x_g^p = 0,$$

så har gruppen redan rullats till sitt reserverade riktningsspår vid t . Vi behöver se till att en vagnsgrupp alltid rullas till sitt allokerade riktningsspår innan avgångstågets utkörstid men efter att reservationsperioden startats. Därför definierar vi en binär variabel f_g^p

som byter värde från noll till ett efter att en grupp rullats till sitt reserverade riktningsspår och använder denna i tidsvillkor som definierar när en vagnsgrupp kan rullas till sitt riktningsspår. Villkoren för att få f_g^p att ta det lämpliga värdet 1 eller 0 ser ut som följer,

$$\begin{aligned} f_g^p &\geq 1 - \sum_{p_i \geq p} x_g^{p_i} & g \in G, p_i, p \in P_g \\ f_g^p &\leq 1 - \frac{1}{M} \sum_{p_i \geq p} x_g^{p_i} & g \in G, p_i, p \in P_g \end{aligned}$$

Här är M en konstant som alltid är större än $\sum_{p_i \geq p} x_g^{p_i}$. G är alla vagnsgrupper, och P_g är alla blanddrag som en vagnsgrupp g kan vara med i, d.v.s. blanddrag som sker efter gruppens inrullningstid och innan dess utrullningstid.

Givet f_g^p blir då en vagns inrullningstid,

$$T_g^{start} = f_g^{p^{first}} r_{i(g)} + (1 - f_g^{p^{final}}) p_{p^{final}} + \sum_{p \in P_g \setminus p^{final}} (f_g^{p+1} - f_g^p) p_p.$$

Denna gruppstarttid måste ligga senare eller samtidigt som reservationsperiodens början. För modell 2 i avsnitt 3.4.1 krävs villkoret,

$$\sum_{s \in S} x_{is} \leq T_g^{start} \quad i \in I, g \in G_i.$$

Här är I alla avgående tåg, och G_i alla vagnsgrupper som ingår i tåg i . Dessutom får gruppstarttiden inte vara senare än att alla kontroller e.t.c. hinns med innan tåget ska rullas till U-gruppen.

$$T_g^{start} + \Delta^{roll} + \Delta^{p+r} (1 - f_g^{p^{first}}) + \bar{S}^{out} \leq d_j.$$

Δ^{p+r} är den tid det tar att dra upp och sedan släppa ett blandspår och behöver bara inkluderas om vagnen inte rullas direkt till det reserverade riktningsspåret. \bar{S}^{out} är den tid som en vagnsgrupp behöver på riktningsspåret innan den är redo att rullas vidare till U-gruppen.

Slutligen måste kapacitetsvillkoret utökas så att det representerar de separata blandspåren,

$$\sum_{g \in G} x_g^p l_g \leq l_b \quad b \in B, p \in P_b.$$

Med hjälp av dessa villkor kan vi nu utöka modell 2 ovan med hantering av flera blandspår och vagnsgrupper. Detta kan sedan användas för att hantera gruppade avgångar genom att exempelvis introducera starttidsvillkoret i formel 4 ovan. Den x_g^p vektor som varje vagnsgrupp g får kan också användas i starttidsvillkor liknande de i [14]. Även den större modellen i [9] skulle kunna modifieras på liknande sätt.

Hur gruppade avgångar bör påverka förarbetssteget Om gruppade avgångar ska inkluderas i modellen i avsnitt 3.4.1 behöver förarbetssteget utvecklas. Först och främst måste antalet blanddrag utökas. Den nuvarande algoritmen ser till att varje avgående tågs intervall (se avsnitt 3.3.1 för definition av intervall) har minst ett blanddrag, vilket

antagligen inte är tillräckligt vid gruppade avgångar då sorteringen av vagnsgrupper borde kräva fler blanddrag. Algoritmen nedan är en första beskrivning av hur man kanske skulle kunna planera in fler valldrag på ett heuristiskt sätt. Algoritmen är också beskriven i ett exempel i figur 5.

Vi börjar med att definiera begreppet *destinationsgrupp*. En destinationsgrupp är de vagnar som ska till samma destination med samma avgående tåg. Detta innebär att destinationsgrupperna måste ha en speciell ordning i tåget, medan vagnarnas ordning inom en destinationsgrupp kvittar. När vi skriver att vi flyttar en destinationsgrupp från ett blandspår till ett riktningsspår menar vi att vi flyttar de vagnar som tillhör en destinationsgrupp från blandspåret till riktningssgruppen.

Om spårkapaciteten är obegränsad, och vi har givna lämpliga in-och utrullningstider, så behövs max ett blanddrag per destinationsgrupp för att schemalägningsproblemet ska bli lösbart. Detta eftersom att vi på grund av den obegränsade kapaciteten alltid kan få plats med en hel destinationsgrupp på ett och samma blandspår, och kan därmed också flytta en hel destinationsgrupp till sitt reserverade riktningsspår via ett blanddrag. Dessa blanddrag måste dock ligga så att en speciell grupps blanddrag kan flytta gruppen till det reserverade riktningsspåret. D.v.s. valldraget måste ligga efter alla de valldrag och vagnsinrullningar som tillhör tidigare destinationsgrupper i samma avgående tåg. Med vagnsinrullning menas här en vagns inrullning från I-gruppen till R-gruppen.

Låt oss numrera destinationsgrupperna efter den ordning de ska ha i tåget, med $i = 1$ som den första gruppen efter loket. Detta innebär att vi först vill rulla alla vagnar som tillhör destinationsgrupp $i = 1$ till riktningsspåret, och sedan alla vagnar som tillhör grupp $i = 2$ etc. Kalla den del av intervallet som ligger efter destinationsgrupp i s sista vagnsinrullningstid och innan grupp $i + 1$ s sista vagnsinrullningstid *intervallbit $i+1$* . En intervallbit måste alltid vara minst så lång tid som ett blanddrag med inrullning tar. Är den inte det så förlängs den i slutet med så mycket tid som behövs för att detta villkor ska uppfyllas. Detta innebär att om destinationsgrupp $i + 1$ s sista vagn rullas in innan grupp i s sista vagn blir intervallbit $i + 1$ den tid ett blanddrag med inrullning tar, och börjar när den sista vagnen till grupp i rullats in. Den sista intervallbiten slutar när tåget avgår och ska innehålla minst ett blanddrag för att flytta den sista gruppen till riktningsspåret om så behövs. Övriga bitar kan innehålla noll eller fler blanddrag då vi antingen kan flytta en destinationsgrupp till det slutgiltiga riktningsspåret under sitt eget intervall, eller under senare gruppers intervall.

Alla blanddrag i en intervallbit är inte nödvändigtvis *användbara*. Ett användbart blanddrag ökar antalet destinationsgrupper som kan flyttas från ett blandspår till ett riktningsspår. Antag exempelvis att två blanddrag är inplanerade under ett tågs första intervallbit. Bara ett av dessa två blanddrag är användbart eftersom vi bara kan rulla vagnar till den första destinationsgruppen under den första intervallbiten. Vi kan inte rulla in den andra destinationsgruppen förrän de sista vagnarna till den första gruppen rullats in från I-gruppen, d.v.s. förrän efter den första intervallbitens slut. Hade båda blanddragen istället varit inplanerade under intervallbit två hade de båda varit användbara. Detta eftersom vi då skulle kunnat rulla in den första destinationsgruppen med det första blanddraget, och sedan rullat in den andra destinationsgruppen med det andra blanddraget. Faktum är att en bits ordningsnummer definierar hur pass många användbara blanddrag som kan planeras in innan bitens sluttid. D.v.s. om bit k slutar på tid t_k så kan max k användbara blanddrag planeras in mellan t_0 och t_k , där t_0 är tågintervalllets början. Detta eftersom en destinationsgrupps blanddrag alltid måste planeras in efter den föregående gruppens sista vagnsinrullning, d.v.s. efter den föregående intervallbitens slut.

Baserat på detta tankesätt skulle målet för en blanddragsalgoritm exempelvis kunna vara att planera in minst n_i användbara blanddrag för varje avgående tåg i , där n_i är antalet destinationsgrupper i tåg i . Intervallalgoritmen från förarbeitssteget skulle kunna utvecklas för att klara av detta mål. Vi vet att den första gruppens blanddrag kan ske när som helst i hela perioden, medan den andra gruppens blanddrag kan ske när som helst utom under den första intervallbiten etc. Därför är det intuitivt att repetitivt exekvera intervallalgoritmen på intervaller där en bit åt gången tas bort (den tidigaste).

För att dessutom ta till vara på redan inplanerade blanddrag borde överlappsareor från tidigare steg propageras, och om de kan användas till ytterligare tågintervaller så bör dessa intervaller tas bort innan nya areor skapas. Om en överlappsarea från ett tidigare steg används för ett nytt tågintervall, och detta intervall inte täcker hela arean, behöver arean reduceras så att klippet garanterat hamnar inom det nya tågintervallet. Figur 5 innehåller ett exempel och en mer detaljerad förklaring av den beskrivna algoritmen.

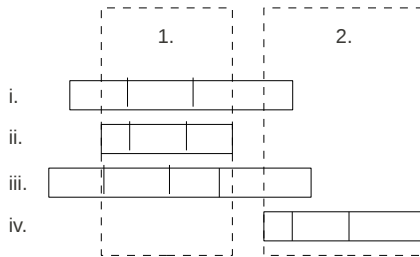
Om denna eller en liknande algoritm implementeras är det viktigt att inkludera restriktioner som förbjuder att valdrag planeras in för nära varandra, då detta annars kan ge ett omöjligt vallschema. För att välja vilket blandspår som ska dras på vilken tidpunkt kan exempelvis en enkel runtgående allokering (Round Robin) användas. Något annat som borde undersökas är inrullningstidpunkterna. Den nuvarande algoritmen rullar in tåg så sent som möjligt, men om vi ska ha tid att sortera vagnar på R-gruppen kan tidigare inrullningstider vara önskvärda. Likaså kan det vara bra att tidigarelägga vissa utrullningstider för att frigöra kapacitet på R-gruppen.

3.4.4 Lokala växlingsdrag

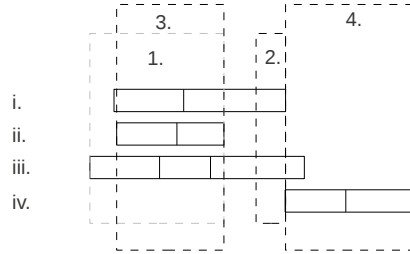
Utöver det ordinarie flödet av vagnar som ankommer med ett tåg med tågnummer och avgår med ett annat, så finns det vagnar med lokalt ursprung eller lokal slutdestination. Dessa vagnar hanteras med så kallade "lokala växlingsdrag", och måste planeras separat då information om vagnarna inte finns med i listorna över ordinarie ankommande och avgående vagnar och tåg. Lokala växlingsdrag kan läggas till i modellen precis som de vanliga vagnarna och tågen om data finns tillgängliga för dessa. Då vi ej haft tillgång till data för lokala växlingsdrag och motsvarande volym, så har vi ej kunnat inkludera motsvarande vagnar i våra provkörningar. Från samtal med ansvarig personal vid Hallsberg verkar dock mängden vagnar av denna typ vara liten i förhållande till den totala mängden vagnar. Vi tror därför inte att det skulle orsaka några större tekniska problem att hantera vagnarna när data för dessa blir tillgängliga.

3.4.5 Modell utan givna in- och utrullningstider

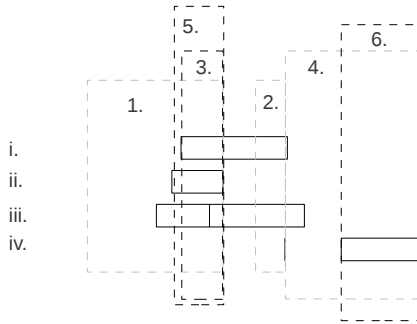
Istället för att använda de resultat förarbeitssteget gett vill vi i den här metoden låta inrullnings- och utrullningstider variera. Dock antas att blanddragstiderna är fixerade. Vidare antas att ankommande tåg kan försenas om så behövs, d.v.s. vi kan senarelägga tågs ankomst till I-gruppen genom att be dem köra långsammare. Detta antagande gjordes i hopp om att problemet skulle bli mindre svårlöst. Dessa förändringar innebär att vi, förutom starttid s och spår Θ , också måste fastställa en utrullningstid T_i^{out} för varje avgående tåg i . Dessutom måste en inrullningstid fastställas för varje ankommande tåg, T_o^{roll} . Inrullnings- och utrullningstiderna måste uppfylla de krav som finns på tid mellan två inrullningar, Δ^{roll} , och tid mellan två utrullningar, Δ^{out} . Vidare måste alla tåg få tillräckligt lång tid på I-gruppen och U-gruppen för de kontroller som sker där, $(S^{roll} + \Delta^{arr})$ och $(S^{dep} + \Delta^{out})$ respektive. Givetvis får varken R- eller U-gruppen



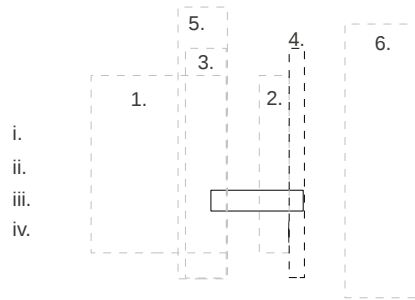
(a) Alla destinationsgrupps intervaller är inkluderade. Tåg i, ii och iii klippas i överlappsarea 1, och tåg iv i area 2.



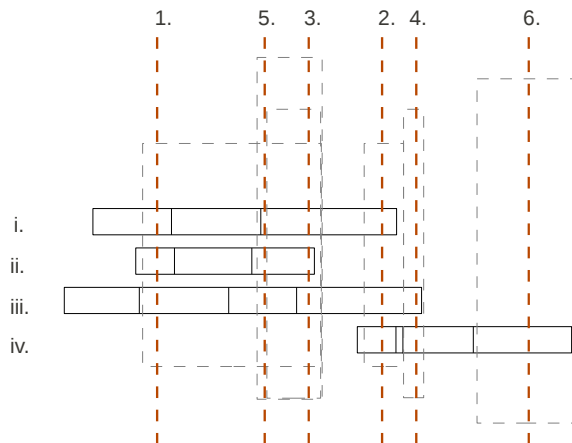
(b) Den första destinationsgruppens intervalldel har tagits bort. Area 2 har ej använts för att täcka tåg i och iii, och reduceras så klippet garanterat täcker även dessa två tåg. Tåg ii och iv täcks av de nya areorna 3 och 4.



(c) Den andra destinationsgruppens intervalldel har tagits bort. Area 3 reduceras så att ett klipp däri garanterat täcker tåg i och iii. Tåg ii och iv täcks av de nya areorna 5 och 6.



(d) Den tredje destinationsgruppens intervalldel har tagits bort. Endast tåg iii har 4 grupper, och den sista intervallbiten kan täckas genom att area 4 reduceras.



(e) En möjlig slutgiltig lösning. Föreslagna klipp är markerade med röda streckade linjer.

Figur 5: Det finns 4 avgående tåg, *i-iv*. De olika intervallbitarna är markerade med streck. Klippareor markeras med streckade boxar. De boxar som är aktuella i ett steg är svartmarkerade, de andra gråmarkerade.

överbelastas. Vidare behöver vi se till att vagnsgrupper får stå på R-gruppen tillräckligt länge för att alla förberedelser ska hinnas med. Som sagts ovan tar det 44 minuter att förbereda ett helt tåg. Dock kan vagnar som står på R-gruppen i många fall förberedas redan innan den sista vagnen rullats in, och därför nöjer vi oss med att se till att varje vagnsgrupp får stå minst 30 minuter på R-gruppen innan den rullas vidare. Slutligen får två tåg inte befinna sig på vallen samtidigt, utan varje blanddrag måste få Δ^{pull} ensamtid på vallen, och varje inrullning Δ^{roll} ensamtid. Den så kallade stora M metoden används för att göra de olika valen. MIP modellen som representerar detta upplägg finns i Appendix B. Problemet kan ändras från att leta efter en optimal lösning till att leta efter en möjlig lösning med samma modifikation som i avsnitt 3.4.1.

4 Resultat och utvärdering av modeller

MIP-modellerna, den grova heuristiken och den förbättrade heuristiken testades på en datamängd från Hallsbergs Rangerbangård. För att få ett lämpligt planeringsunderlag städades data först så som beskrivs i stycke 4.1. Egna program i språket Python 2.6 och optimeringssystemet Gurobi 4.5 användes på en standard dual-core dator för att lösa MIP-problemet med givna in- och utrullningstider. Dataförbehandling och heuristikberäkning är gjorda i Python 2.5.4. I början av optimeringen körs heuristikerna. Resultaten från dessa sparas och det schema som producerats används sedan som utgångspunkt för MIP-modellen. MIP-körningarna börjar med att systemet försöker hitta en möjlig lösning. När en möjlig lösning hittats, eller en viss tidsgräns nåtts, går vi sedan vidare till att försöka hitta ett optimalt schema, och använder då det möjliga schemat som utgångspunkt. En tidsgräns på 600 sekunders lösningstid sattes för de båda MIP modellerna (möjlig och optimal). Denna övre tidsgräns leder till att beräkningen ibland stängs av innan ett optimalt schema hittats. För MIP problemet utan givna in- och utrullningstider användes IBM ILOG CPLEX 11.210 och en tidsgräns på 4 timmar sattes. Denna modell försöker endast hitta ett optimalt schema. Två riktningsspår som tillsammans ger en kapacitet på 1217 meter avsattes som blandspår.

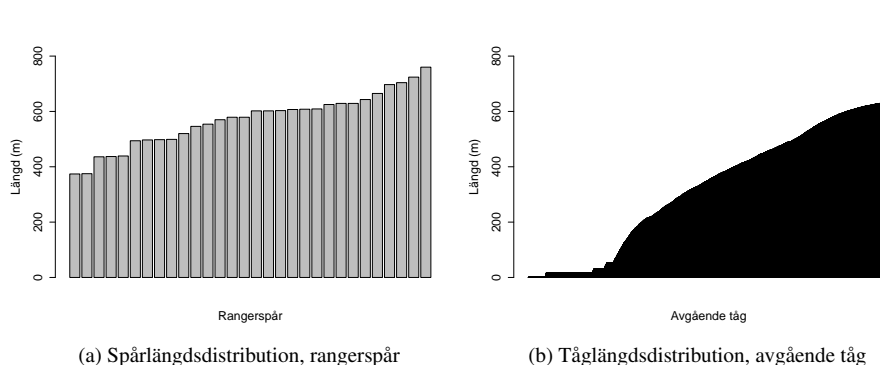
4.1 Data

För att utvärdera modellerna används data från Hallsbergs Rangerbangård. Datainsamlingsperioden sträcker sig från 11 december 2010 till 10 maj 2011. Observera att den innehåller både helg- och vardagsperioder.

Den data som fanns att tillgå innehöll planerade ankomsttider för inkommande tåg, och planerade avgångstider för avgående. Varje tåg hade också en lista med sina vagnars ID-nummer. Dock saknades data för vagnar med lokala start- eller slutplatser, och likaså finns inte data för vagnar som anlant eller avgått utanför insamlingsperioden. Ytterligare svårigheter orsakades av att samma vagn (vagns ID-nummer) återfanns flera gånger per dag, och likaså fanns det tåg som hade flera ankomst- och avgångstider. Därför var vi tvungna att själva matcha vagnar med tåg på ett troligt sätt.

Vidare togs vagnar som uppfyllde något av de följande tre påståendena bort för att ge ett lämpligt planeringsproblem:

1. Vagnen spenderar mindre än T^{\min} timmar på bangården.
2. Vagnen spenderar mer än T^{\max} timmar på rangerbangården.
3. Vagnen tillhör ett tågset som är längre än det längsta riktningsspåret, och är en av de vagnar som tas bort för att tåget ska få plats.



Figur 6: Avgående tågs och rangerspårs längder, obehandlad hel datamängd.

Regel nummer 1 kommer från att det finns ett standardkrav som rangeroperatören ställer på alla godsoperatörer, nämligen att alla vagnar måste ha ett stopp på minst 2 timmar och 20 minuter på rangerbangården. Vi har under utvecklingsarbetet varierat denna T^{\min} mellan 140 och 180 minuter för att kontrollera problemets svårighetsgrad. Regel 2 syftar till att ta bort vagnar som är på reparation, och därför inte bör ingå i planeringen. Vi har använt $T^{\max} = 48h$ och $T^{\max} = 72h$ i denna rapport. Slutligen kortar regel nummer 3 tåg som inte får plats någonstans. Observera att regel nummer 3 inte stryker tåg, utan bara tillräckligt med vagnar för att tåget ska få plats på R-gruppens längsta spår. Efter uppstädningen fanns 3606 ankommande tåg och 3653 avgående tåg vilket gav 18366 vagnsgrupper (totalt 58725 vagnar). Ankommande tåg hade en längd på mellan 12.8 och 929 meter, och avgående tåg en längd på mellan 12 och 1252 meter (se figur 6). Fem avgående tåg kortades till 760 meter i enlighet med regel 3. Förarbetssteget ledde också till att 0.9% av alla inkommande tåg under 5-månadersperioden fick vänta i totalt 84 minuter p.g.a. kapacitetsbrist på I-gruppen, och 0.1% av de avgående tågen blev försenade i totalt 56 minuter.

4.2 Resultat

Vårt mål var att hitta ett möjligt schema för varje vecka (lördag till fredag) under insamlingsperioden, och sedan, om det lyckades, minimera blandspårsanvändningen så mycket som möjligt inom den satta gränsen för maximal lösningstid. Det är värt att nämna att perioderna 2-4 innehåller både helger och stora trafikstörningar orsakade av snö, och under period 7 skedde en urspårning på en viktig linje i norra Sverige vilket minskade belastningen på Hallsberg.

I tabell 1 och tabell 2 i Appendix A presenteras resultatet av körningarna. Med *Heuristik* menas klick-heuristiken, medan *Heuristik++* är klick-heuristiken följd av förbättringsheuristiken. *MIP* är den blandade heltalsprogrammeringsmodellen med givna in- och utrullningstider, där lösningen från *Heuristik++* används som startpunkt. Det som mäts är vagns-blanddrag, vilket är hur pass många gånger en vagn har dragits över vallen p.g.a. blanddrag. D.v.s. om bara ett blanddrag görs, och blandspåret vid denna tidpunkt innehåller tre vagnar, så blir antalet vagns-blanddrag tre. Dessutom mäts hur pass många meter som max används av blandspåret, samt hur pass lång lösningstiden är. Omöjliga schemalösningar är markerade med fetstil. Då *MIP*-modellen utan givna

in- och utrullningstider inte kan hitta lösningar för tidsperioder längre än ett par dagar behandlas denna separat nedan.

Som synes i tabell 1 i Appendix A hittar heuristikerna en möjlig lösning för de flesta veckoperioder när $T^{\min} = 140$ minuter och $T^{\max} = 2$ dagar. Vidare minskar förbättringsheuristiken antalet vagns-blanddrag som krävs i c:a 60% av fallen (denna siffra ökar något om vi tar bort de perioder då vi inte hittar något giltigt schema eller det är så lite trafik att ingen modell behöver slå några vagnar till blandspår), och sänker då också ofta den maximala användningen av blandspår. MIP modellen hittar ett möjligt veckoschema för alla perioder, och använder i c:a 70% av fallen färre blanddrag än heuristikerna (denna siffra ökar till c:a 90% om de perioder då ingen modell behöver slå vagnar på blandspår tas bort). Faktum är också att vi i 19 av de 21 perioderna skulle klarat oss med endast ett av de två blandspåren i MIP-schemat. Trots dessa goda resultat bör nämnas att schemat inte är optimalt då optimeringsberäkningen alltid stoppades av 10 minuters gränsen innan en optimal lösning hittats. Precis som väntat går heuristikberäkningarna mycket fortare än MIP-modellen då en heuristikberäkning tar några tiondels sekunder, medan MIP modellen tar lite mer än tio minuter.

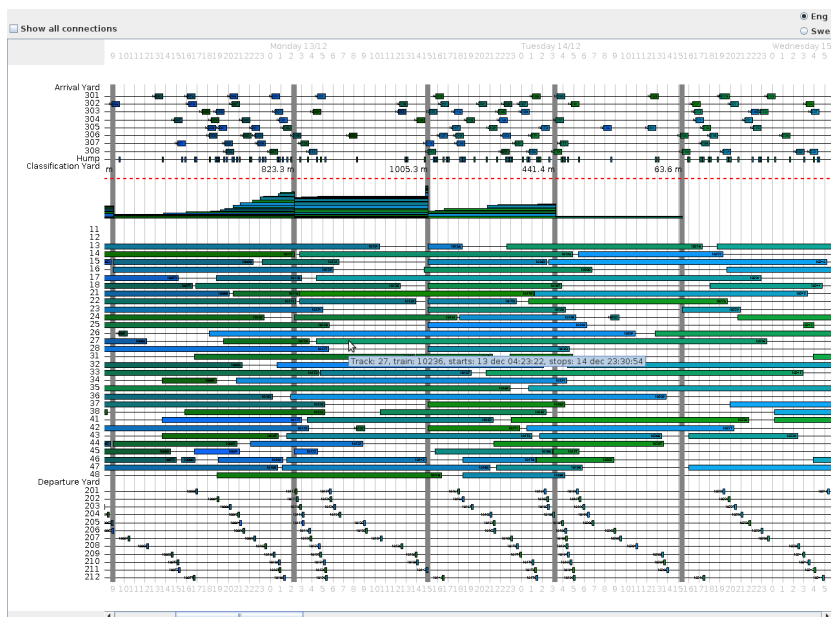
I tabell 2 i Appendix A finns resultaten för $T^{\min} = 140$ minuter och $T^{\max} = 3$ dagar. Detta problem är betydligt svårare att lösa med i genomsnitt c:a 15% flera vagnar och 6% fler tåg per period. I bara c:a 50% av fallen lyckas heuristikerna hitta giltiga lösningar; MIP-modellen lyckas i c:a 65% av fallen. I de 14 fall giltiga lösningar garanterat finns (d.v.s. någon av algoritmerna har hittat en sådan) så är lösningen från MIP-modellen den bästa i elva fall, ekvivalent i ett, samt sämre i två fall. Detta förklaras av att en förenklad översättning mellan lösningsrepresentationen för heuristikerna och MIP-modellen har använts. I denna översättning ingår endast spårallokering, och MIP-lösaren måste sedan använda andra inbyggda heuristiker för att hitta heltalslösningar. Dessa heuristiker misslyckas ibland med att återskapa lösningen med avseende på vilka blandningar som används, vilket förklarar skillnaden i resultat.

MIP-modell utan givna in- och utrullningstider Då lösningstiden är det stora hindret för MIP-modellen utan givna in- och utrullningstider testades den först på en planeringsperiod på en dag. Målet var att hitta ett optimalt schema, och detta lyckades inom några sekunder för alla testade dagar utom två. En av de testdagarna då inget optimalt schema hittades var en dag då problemet var olösligt. Detta innebär att det inte finns något schema som uppfyller de tidskrav som modellerats denna dag. Detta kan exempelvis bero på att den 30 minuters gräns vi satt på riktninggruppen är för lång. Att ett schemalägningsproblem är olösligt kan vara viktig information då det innebär att något eller några av tågen inte kan rangeras i tid så länge arbetstakten inte är snabbare än den som inkluderats i modellen.

Efter det första försöket med en dag ökades planeringsperioden till tre dagar, men då hittades bara lösningar för tre av de sju testfallen inom tidsgränsen på fyra timmar. Två av dessa tre dagar är dessutom under nyårshelgen då det körs ovanligt lite trafik. Resultaten från de två testen finns i tabell 3 i Appendix A. Observera att vi minimerar antalet blandade vagnsgrupper snarare än antalet vagnar i denna modell.

5 Demonstrator

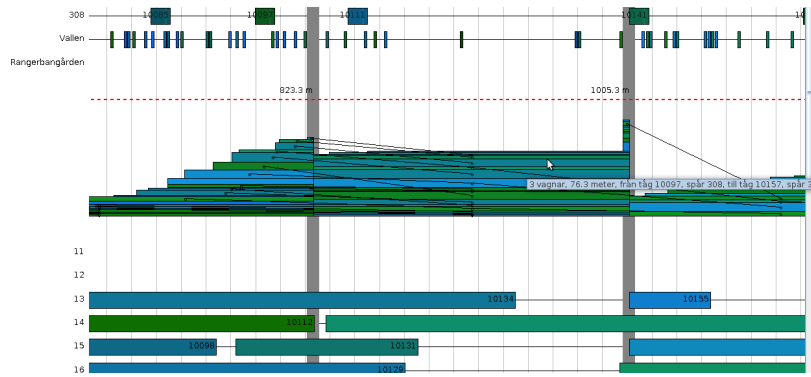
En demonstrator för projektet har tagits fram i form av ett visualiseringsverktyg för färdiga planer (se bild 7). Den plan som ritas ut liknar ett Gantt-schema, med de olika



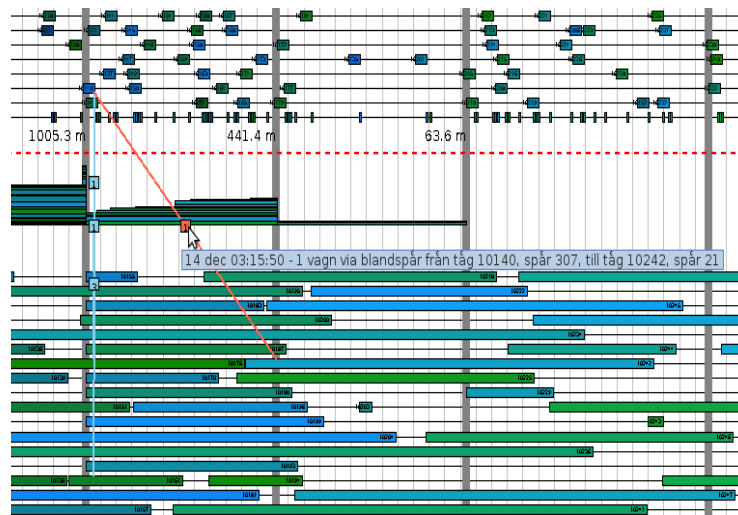
Figur 7: Skärmbild från demonstratorn. Om man för muspekaren över ett tåg skrivs dess information ut.

spåren och vallen på y-axeln, och tid på x-axeln. Tåg ritas ut som rektanglar vars position visar när tåget står på ett visst spår. Olika tåg har olika färger, och information om tåget blir synligt om man för muspekaren över det (se bild 7). Blandspåren finns överst på rangerbangårdsschemat, och på dessa spår staplas blandade vagnar på varandra (se bild 8). Maxkapaciteten är markerad med en röd streckad linje, och blanddrag med en grå tjock linje. Precis som tidigare kan man genom att föra muspekaren över en viss vagnsgrupp få information om denna. Om man klickar på någon av vagnsgrupperna på blandspåret kommer linjer ritas ut mellan alla vagnsgrupper som är samma i de olika blanddragen, d.v.s. en linje ritas ut om en vagnsgrupp är med i ett blanddrag utan att rullas till sitt bokade riktningsspår.

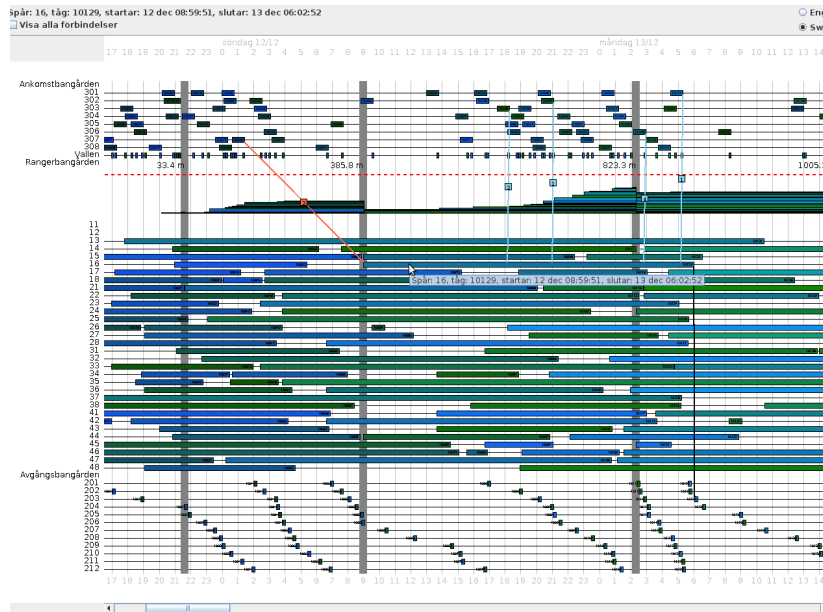
Det är inte bara blandade vagnar man kan klicka på för att se förbindelser, utan även alla tåg är klickbara. Om man klickar på ett tåg på infartsgruppen kommer alla förbindelser mellan detta tåg och tåg på riktningssgruppen ritas ut (se bild 9). En förbindelse innebär att minst en vagn rullas från infartsgruppståget till riktningssgruppståget. Om vagnen måste slås till blandning innan den rullas till riktningsspåret är linjen röd, och annars är den blå. Genom att föra muspekaren över en förbindelsen kan man få information om den. Ett klick på ett riktningsspårståg ritas ut alla förbindelser mellan infartsgruppståg och riktningståget, samt förbindelsen till den rektangel som representerar tåget på utfartsgruppen (se bild 10). Precis som tidigare kan man undersöka alla förbindelser noggrannare genom att föra muspekaren över dem. Slutligen har vi utfartsgruppen. Utfartsgruppståg har bara en förbindelse, nämligen till den rektangel som representerar samma tåg på riktningssgruppen (den svarta linjen i bild 10). Om så önskas kan alla förbindelser ritas ut samtidigt genom att rutan *Visa förbindelser* markeras (se bild 11). Dessutom kan verktygets fönster storleksanpassas via den box som blir synligt man högerklickar på schemat, och språket kan ändras från svenska till



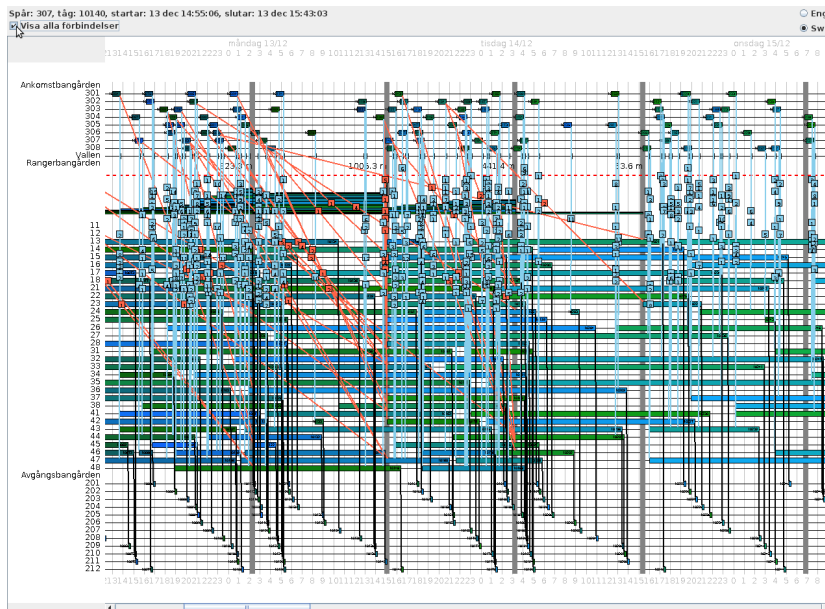
Figur 8: Skärmbild på blandspår. Varje vagnsgrupp ritas ut för sig, och om muspekaren förs över en vagnsgrupp skrivs gruppens information ut. Om man klickar på blandspåret ritas alla förbindelser ut.



Figur 9: Om man klickar på ett tåg på infartsgruppen ritas alla tågets förbindelser ut. Om man för muspekaren över en förbindelse skrivs dess information ut.



Figur 10: Om man klickar på ett tåg på riktninggruppen ritas alla tågets förbindelser ut.



Figur 11: Om man markerar *Visa alla förbindelser* rutan ritas alla förbindelser ut.

engelska uppe i högra hörnet.

6 Effektivitet och kvalitet

För att kunna mäta effektivitet och kvalitet måste vi först och främst definiera vad vi menar med dessa uttryck, och sedan utröna hur vi kan omvandla våra definitioner till mäte-tal. Vad gäller effektivitet kan det grovt definieras som till vilken grad ett företag omvandlar sina resurser (input) till produkt (output),

$$\text{Effektivitet} = \frac{\text{Output}}{\text{Input}}. \quad (5)$$

Även om det finns ett flertal artiklar om järnvägens effektivitet i stort (se [18, 17] för listor över gjorda effektivitetsmätningar på järnväg), är litteratur om effektivitet på rangerbangårdar ovanlig. BRÖ 05-35/BA50: Trafikeringsplan Hallsberg rangerbangård [7] är dock en rapport som diskuterar just ämnet effektivitet på Hallsbergs Rangerbangård, och det är från denna som tidsangivelserna i våra modeller är tagna. Vad gäller kvalitet definieras detta enligt ISO 9000:2005 som den grad till vilken en produkts in-neboende egenskaper uppfyller krav [1]. Kraven kan vara uttryckta eller implicita och komma från kunder, lagar eller andra företagsavdelningar. Effektivitet är givetvis en viktig del av rangerbangårdens kvalitet, men vi argumenterar att även robusthet är en komponent som påverkar kvaliteten.

Något som försvårar arbetet med att ta fram lämpliga mått är att det finns flera intresseparter involverade vid rangering, nämligen Trafikverket, rangeroperatören, godsoperatörer och transportköpare. Trafikverket äger infrastrukturen och lägger tåg-tidtabellen, medan rangeroperatören står för tågbildningstjänsten och den personal och de lok som behövs. Godsoperatörerna är de kunder som nyttjar tågbildningstjänsten och äger vagnarna som rangeras, medan transportköparna är de som i sin tur köper transporter av godsoperatörerna.

För både godsoperatörer och transportköpare handlar effektivitet och kvalitet om att kunna få till stånd en viss transport samtidigt som kostnaderna hålls nere. Huruvida detta är möjligt beror till stor del på externa variabler som rangeringen inte kan rå på, så som tågtidtabellen, fyllnadsgrad och tåglängd. Vilka tåg som ska gå, och deras utformning, är redan bestämt när rangeringen ska ske, och är därför förutsättningar snarare än påverkbara variabler. Dock är det givetvis så att om rangeringen på något sätt begränsar exempelvis hur långt ett tåg kan vara, så innebär det att rangeringen kan påverka effektiviteten negativt. Vad gäller fyllnadsgrad och tåglängd är det än så länge de fysiska förutsättningarna på rangerbangården som sätter gränsen för vad som är möjligt, men den 140 minuters gräns som byggs in i tågtidtabellen beror på planeringen och skulle därför kunna ses som en effektivitetsbegränsning för transportköpare och godsoperatörer.

Vad gäller rangeroperatören handlar effektivitet mer om att försöka hålla nere drifts-kostnaderna samtidigt som alla tåg rangeras på ett lämpligt sätt. Vi behöver alltså ett mått på *lämplig rangering*, eller på output för att använda termen från definitionen ovan. En rangerbangård ska hantera och sortera vagnar så att de kommer med rätt av-gående tåg. Alltså skulle antalet planenligt avgångna vagnar vara ett lämpligt mått på output, och effektivitetsmättet blir

$$\frac{\text{\#Planenligt avgångna vagnar}}{\text{Driftskostnad}}. \quad (6)$$

Sist men inte minst har vi Trafikverkets syn på effektivitet. Samma mått på output som ovan (planenligt avgångna vagnar) skulle kunna användas, men kostnaderna för Trafikverket är inte de samma som för rangeroperatören. Trafikverket äger infrastrukturen och därför är slitage på denna en stor kostnad för Trafikverket. Det har indikerats att vallrullningar är det som sliter mest på infrastrukturen, och därför skulle antalet extra vallrullningar kunna användas som ett mått på slitage. Detta skulle ge effektivitetsmålet

$$\frac{\# \text{Planenligt avgångna vagnar}}{\# \text{Extra vagns-vallrullningar}} \quad (7)$$

Slutligen bör robusthet inom rangering diskuteras. Detta är viktigt för flera av parterna då både Trafikverket, godsoperatörerna och transportköparna är beroende av att tågen avgår i tid. Godsoperatörerna och transportköparna kan dessutom påverkas negativt om vagnar inte kommer med sina avsedda tåg, även om tågen i sig går i tid. Om produktivetsmålet planenligt avgångna vagnar mäts på verklig data snarare än på ett schema skulle detta delvis mäta robusthet. Men det kan vara värt att implementera mått som kan användas redan på schemastadiet och som är mer inriktat på robusthet i sig. Vad gäller mått på schemastadiet används buffertid ofta som robusthetsmått, men även mer avancerade mått som involverar om ett schema lätt går att planera om kan vara av värde. I Liebchen et al. [15] beskrivs konceptet *Recoverable Robustness* som handlar om att hitta optimala scheman som samtidigt klarar av viss osäkerhet i indata. Metoden som presenteras i Liebchen et al. [15] används sedan i Cicerone et al. [12] för ett antal rangeringsproblem.

7 Sammanfattning och rekommendationer för implementering

Vi har presenterat och utvärderat de heuristiska algoritmer och exakta blandade heltalsprogrammeringsmodeller som tagits fram i projektet RANPLAN. Alla modeller försöker hitta det schema som minimerar antalet vagnar som slås till blandning, samtidigt som de tidskrav som finns inom rangering uppfylls. Olika testkörningar har gjorts på data från Hallsbergs Rangerbangård, och om alla vagnar som spenderar max två dagar på rangerbangården inkluderas i schemalägningsproblemet så klarar de heuristiska algoritmerna oftast att hitta ett möjligt veckoschema, och det på under en sekund. Den blandade heltalsprogrammeringsmodellen med förarbetssteg hittar däremot alltid ett möjligt och bra, men inte optimalt, veckoschema på ca 10 minuter. Även om lösningen inte är optimal används i 19 av 21 fall bara ett av de två spår som avsatts för blandning. Anledningen till att en optimal lösning inte hittas är att den tidsgräns på 10 minuter som satts på lösningstiden stänger ner beräkningen innan optimalitet uppnåtts. I fallet då alla vagnar som spenderar max tre dagar på rangerbangården inkluderas hittar vi giltiga lösningar i 14 av 21 fall inom de totalt 20 minuter som fanns tillgängliga per körning.

Den andra, mer exakta, blandade heltalsmodellen, visade sig i dagsläget vara mindre lämplig p.g.a. långa lösningstider, men visar stor potential för att ytterligare minska antalet extra blanddrag. Vi har även kort diskuterat effektivitet och kvalitet inom rangeringsplanering, och möjliga mått har presenterats.

Resultaten från RANPLAN visar att det finns modeller och metoder som borde kunna användas för planering av rangerbangårdar så som Hallsberg. Vidare är metoderna förhållandevis generella, och skulle gå att anpassa till andra bangårdar så som

Malmö, Västerås och Hagalund. Eftersom modellerna är snabba kan de användas för att analysera diverse scenario. Man skulle exempelvis kunna undersöka hur en ändring av rangerbangårdens öppettider eller kapacitet skulle påverka rangeringssituationen och förutsättningarna för olika trafikupplägg. Dessutom är modellerna objektiva, vilket innebär att de med fördel används vid konfliktlösning eller liknande situationer då objektivitet är nödvändigt.

Ett annat viktigt område där modeller och metoder liknande dem som utvecklats inom RANPLAN kan komma till nytta är vid framtida tågplaneprocesser. TP2015 är ett SICS projekt som på uppdrag av Trafikverket försöker ta fram ett nytt mer flexibelt sätt att lägga tågplanen. Bangårdar är givetvis en viktig del av en fungerande tågplan, och modellering och förståelse av dessa kommer behövas för att inkludera dem i processen på ett effektivt sätt.

Den modell som rekommenderas som utgångspunkt för framtida driftsättning är den som gav bäst resultat ovan, d.v.s. MIP-modellen med givna in- och utkörstider. Ännu snabbare modeller håller på att utarbetas i samarbete mellan SICS, ETH Zürich och RWTH Aachen, vilket skulle ge en ännu bättre startpunkt för implementation. Vidareutveckling av dessa nya modeller samt utvärdering av de effekter som grupperade avgångar har på lösningstiden är viktiga framtida arbeten.

Referenser

- [1] SS-EN ISO 9000:2005 Ledningssystem för kvalitet - Principer och terminologi, 2005.
- [2] Maschen rangierbahnhof. http://de.wikipedia.org/wiki/Maschen_Rangierbahnhof, November 2011.
- [3] Rangierbahnhof limmattal. http://de.wikipedia.org/wiki/Rangierbahnhof_Limmattal, November 2011.
- [4] Sbb cargo. http://en.wikipedia.org/wiki/SBB_Cargo, nov 2011.
- [5] Zentralverschiebebahnhof wien-kledering. http://de.wikipedia.org/wiki/Zentralverschiebebahnhof_Wien-Kledering, November 2011.
- [6] Kjell-Åke Averstad. *Anläggningsbeskrivning Hallsberg rangerbangård*. Trafikverket, Februari 2006. Handläggare Bo Hallsberg.
- [7] Kjell-Åke Averstad. *Trafikeringsplan Hallsberg rangerbangård*. Trafikverket, Maj 2006. Handläggare Carola Alzén.
- [8] Banverket. Redovisning av vissa marginalkostnadskomponenter, 2002. S02-2125/TR99, 2002.
- [9] Markus Bohlin, Holger Flier, Jens Maue, and Matúš Mihalák. Hump Yard Track Allocation with Temporary Car Storage. In *The 4th International Seminar on Railway Operations Modelling and Analysis (RailRome)*, 2011.

- [10] Markus Bohlin, Holger Flier, Jens Maue, and Matúš Mihalák. Track allocation in freight-train classification with mixed tracks. In *ATMOS'11 (Workshop Algorithmic Approaches for Transportation Modelling, Optimization, and Systems)*, pages 38–51, 2011.
- [11] Flavia Bonomo, Guillermo Durán, and Javier Marenco. Exploring the complexity boundary between coloring and list-coloring. *Annals OR*, 169(1):3–16, 2009.
- [12] Serafino Cicerone, Gabriele Di Stefano, Daniele Frigioni, and Alfredo Navarra. A.: Robust algorithms and price of robustness in shunting problems. In *In: Proceedings of the 7th Workshop on Algorithmic Approaches for Transportation Modeling, Optimization, and Systems, ATOMS, 2007*.
- [13] Green Cargo. *Hållbara transporter för framtiden Förslag till infrastruktursatsningar för effektiva godstransporter och en långsiktigt hållbar samhällsutveckling*, 2008.
- [14] Riko Jacob, Peter Márton, Jens Maue, and Marc Nunkesser. Multistage methods for freight train classification. *Networks*, 57(1):87–105, 2011.
- [15] Christian Liebchen, Marco Lübbecke, and Rolf H. Möhring. Recoverable robustness, 2007.
- [16] Peter Márton, Jens Maue, and Marc Nunkesser. An improved train classification procedure for the hump yard lausanne triage. In Jens Clausen and Gabriele Di Stefano, editors, *ATMOS 2009 - 9th Workshop on Algorithmic Approaches for Transportation Modeling, Optimization, and Systems*, Dagstuhl, Germany, 2009. Schloss Dagstuhl–Leibniz-Zentrum fuer Informatik, Germany.
- [17] Rico Merket, Andrew S.J. Smith, and Chris A. Nash. Benchmarking of train operating firms - a transactioncost efficiency analysis. *Transportation Planning and Technology*, 33(1):35–53, 2010.
- [18] Tae Hoon Oum, W.G. Waters II, and Chuanyan Yu. A survey of productivity and efficiency measurement in rail transport. *Journal of Transportation Economics and Policy*, 33(1):9–42, 1999.
- [19] Trafikverket. *Järnvägsnätsbeskrivningen 2012 kap 3, Infrastruktur*, 2011-09-14 edition, September 2011.
- [20] Vectura Consulting AB. *Järnvägens konkurrenskraft och utveckling i Skåne*, 2011. På beställning av Region Skåne.
- [21] Douglas B. West. *Introduction to Graph Theory*. Prentice Hall, first edition, 1996.

A Resultattabeller

Tabell 1: Utvärderingsresultat av maximalt blandårsanvändande (MBA), antal vagns-blanddrag (B) och lösningsstid (Tid) när en undre tillåten rangertid på $T^{\min} = 140$ minuter samt en övre tillåten rangertid på $T^{\max} = 48$ timmar används. \bar{x} är medelvärdet och omöjliga lösningar markeras med fetstil. Notera att blandspårets kapacitetsgräns är 1217 m, och att MBA alltså måste vara mindre än 1217 m för att lösningen ska vara möjlig.

	Period		Heuristik		Heuristik++		MIP				
	Tåg (#)	Vagnsgrupper (#)	MBA (m)	B (#)	Tid (s)	MBA (m)	B (#)	Tid (s)	MBA (m)	B (#)	Tid (s)
1	188	928	593.3	165	0.1	552.8	140	0.6	293.3	84	617.4
2	121	444	0.0	0	0.0	0.0	0	0.3	0.0	0	12.8
3	99	340	0.0	0	0.0	0.0	0	0.2	0.0	0	5.3
4	137	487	0.0	0	0.0	0.0	0	0.2	0.0	0	9.5
5	185	907	389.4	85	0.1	386.8	77	0.8	386.8	77	616.1
6	184	966	244.2	67	0.1	244.2	66	0.5	244.2	61	615.5
7	157	678	0.0	0	0.0	0.0	0	0.3	0.0	0	12.2
8	177	824	71.8	6	0.0	78.5	6	0.3	78.5	6	610.4
9	171	886	265.3	34	0.0	248.2	33	0.4	145.2	22	613.2
10	185	936	2239.1	475	0.4	1758.4	439	0.8	567.5	192	621.5
11	185	899	262.7	22	0.1	262.7	22	0.6	221.2	18	614.5
12	174	955	1171.6	259	0.3	1046.6	226	0.6	557.2	83	612.7
13	190	972	397.3	65	0.1	397.3	65	0.4	417.2	62	615.8
14	200	1139	935.8	184	0.1	872.0	172	0.5	611.3	127	618.2
15	193	1084	572.7	106	0.1	572.7	106	0.5	549.5	101	618.3
16	174	940	1132.0	204	0.2	1015.8	187	0.7	347.7	90	613.8
17	188	998	589.4	82	0.1	589.4	82	0.4	580.9	76	616.0
18	199	1100	1263.1	490	0.5	1263.1	469	0.8	586.0	252	621.8
19	156	825	442.7	67	0.1	419.6	66	0.3	419.6	63	611.8
20	147	801	342.5	31	0.0	327.0	30	0.3	245.2	23	610.3
21	186	1012	2625.3	520	0.4	2514.2	507	0.7	979.4	250	622.4
\bar{x}	171.2	862.9	644.7	136.3	0.1	597.6	128.2	0.5	344.3	75.6	500.5

Tabell 2: Utvärderingsresultat av maximalt blandspårsanvändande (MBA), antal vagns-blanddrag (B) och lösnings tid (Tid) när en undre tillåten rangertid på $T^{\min} = 140$ minuter samt en övre tillåten rangertid på $T^{\max} = 72$ timmar används. \bar{x} är medelvärdet och omöjliga lösningar markeras med fetstil. Notera att blandspårets kapacitetsgräns är 1217 m, och att MBA alltså måste vara mindre än 1217 m för att lösningen ska vara möjlig.

	Period			Heuristik			Heuristik++			MIP		
	Tåg (#)	Vagnsgrupper (#)	MBA (m)	B (#)	Tid (s)	MBA (m)	B (#)	Tid (s)	MBA (m)	B (#)	Tid (s)	
1	201	1023	1041.8	574	0.2	1041.8	569	0.9	940.3	615	663.8	
2	127	468	212.6	41	0.0	229.4	40	0.5	229.4	40	610.8	
3	118	433	51.3	12	0.0	51.3	12	0.3	45.2	10	607.7	
4	137	598	102.3	28	0.1	102.3	28	0.3	82.8	25	610.9	
5	194	1026	970.2	362	0.2	894.1	353	0.9	872.1	348	629.5	
6	200	1133	1778.4	660	0.5	1692.1	631	1.1	1020.6	550	855.6	
7	159	804	591.6	172	0.1	623.7	170	0.4	623.7	168	618.8	
8	188	982	514.3	209	0.1	514.3	206	0.5	500.4	183	621.2	
9	171	970	1314.4	459	0.5	1153.7	414	1.0	701.5	264	622.1	
10	198	1118	1910.7	940	0.7	1848.8	896	1.2	1300.5	779	1213.2	
11	202	1059	1304.8	559	0.2	1177.2	529	0.9	1092.9	627	707.0	
12	176	1026	1331.3	516	0.4	1246.7	489	0.7	918.4	495	627.4	
13	198	1108	1288.8	413	0.1	1288.8	413	0.6	1164.0	617	1150.5	
14	212	1304	2108.9	1075	0.7	1957.4	1037	1.2	1745.7	907	1213.0	
15	195	1172	2765.0	1058	0.5	2556.9	953	1.0	1612.4	797	1212.1	
16	191	1136	2555.7	857	0.2	2498.7	839	0.7	2067.6	755	1212.2	
17	196	1096	1759.4	557	0.2	1790.4	550	0.7	1416.0	592	1212.2	
18	214	1272	2779.7	1701	1.0	2364.3	1534	1.5	1899.0	1164	1215.1	
19	149	830	1187.8	340	0.1	1187.8	340	0.5	1142.9	397	646.1	
20	168	948	912.2	296	0.1	878.7	289	0.5	838.8	261	619.5	
21	209	1183	4144.2	1364	0.6	3586.9	1279	1.2	2862.3	1110	1214.3	
\bar{x}	181.1	985.2	1458.4	580.6	0.3	1366.0	551	0.8	1098.9	509.7	861.1	

Tabell 3: Utvärderingsresultat av maximalt blandspårsanvändande (MBA), antal vagnsgrupp-blanddrag (GB) och lösningstid (Tid) för de två olika planeringsperioderna. Ett / indikerar att ingen lösning hittades inom tidsgränsen på 4 timmar. Inf betyder att problemet är olösligt.

Startdatum	<i>1 dag</i>				<i>3 dagar</i>					
	Tåg (#)	Vagns- grupper (#)	MBA (m)	GB (#)	Tid (s)	Tåg (#)	Vagns- grupper (#)	MBA (m)	GB (#)	Tid (s)
14/12 -10	140	274	0	0	9	282	658	869.39	62	14400
21/12 -10	133	237	0	0	15	196	361	/	/	14400
28/12 -10	103	147	0	0	1	193	320	0	0	13298
4/1 -11	126	200	0	0	1	190	393	0	0	13
11/1 -11	166	333	Inf	Inf	1	284	693	Inf	Inf	52
14/1 -11	164	340	/	/	14400	230	481	/	/	14400
18/1 -11	175	399	0	0	25	298	781	/	/	14400
14/2 -11	140	252	0	0	1	297	687	/	/	14400

B MIP-modell utan givna in- och utrullningstider

MIP-modellen utan givna in- och utrullningstider är en ihopslagning av de två modeller som presenteras i [9]. Några nya villkor har introducerats för att knyta ihop modellen, medan andra villkor blev redundanta vid ihopslagningen. Den första delen av modellen nedan motsvarar MIP-problemet som presenteras i stycke 4.1 i [9], kallat *the Roll-In problem*. Den andra delen av modellen (på nästa sida) motsvarar problemet i stycke 3.1 i [9], kallat *the Mixing Problem*.

Nedan är Δ^{p+r} den tid ett blanddrag och släpp tar. T_c^{start} är den tidpunkt då en vagnsgrupp c rullas till sitt riktningsspår. T_θ^{free} är den tid ett spår blir ledigt för första gången efter planeringsperiodens början, och är data som ges till optimeringsprogrammet. T_p^{pull} är den tid på vilket ett blanddrag p sker, och övriga T variabler är definierade så som i bild 2. \mathcal{I} är alla ankommande tåg, \mathcal{O} alla avgående och \mathcal{C} alla vagnsgrupper (eller vagnar, beroende på indata). \mathcal{C}_q är alla vagnsgrupper som ska avgå med tåg $q \in \mathcal{O}$. Övriga variabler är definierade så som tidigare i texten. Notera att vi gjort antagandet att $\Delta^{dep} = \Delta^{out}$.

$$\min \sum_{q \in \mathcal{O}, c \in \mathcal{C}_q, p \in \mathcal{P}} z_{cp} \quad (8)$$

$$\text{s.t. } T_i^{roll} + \Delta^{roll} \leq T_j^{roll} + M(1 - v_{ij}) \quad i, j \in \mathcal{I} \quad (9)$$

$$T_j^{roll} + \Delta^{roll} \leq T_i^{roll} + Mv_{ij} \quad i, j \in \mathcal{I} \quad (10)$$

$$T_i^{roll} + \Delta^{roll} \leq T_p^{pull} + M(1 - w_{ip}) \quad i \in \mathcal{I}, p \in \mathcal{P} \quad (11)$$

$$T_p^{pull} + k^{mix}(\Delta^{pull} + \Delta^{roll}) \leq T_i^{roll} + Mw_{ip} \quad i \in \mathcal{I}, p \in \mathcal{P} \quad (12)$$

$$T_q^{out} + \Delta^{out} \leq T_r^{out} \quad q, r \in \mathcal{O}, q < r \quad (13)$$

$$T_{q-k^{dep}}^{dep} + \Delta^{out} \leq T_q^{out} \quad q \in \mathcal{O}, q > k^{dep} \quad (14)$$

$$w_{ip} \leq w_{ip'} \quad i \in \mathcal{C}, 1 \leq p < p' \leq m \quad (15)$$

$$T_i^{roll} \geq T_i^{arr} + S^{roll} + \Delta^{arr} \quad i \in \mathcal{I} \quad (16)$$

$$T_q^{out} \leq T_q^{dep} - S^{dep} - \Delta^{out} \quad q \in \mathcal{O} \quad (17)$$

$$v_{ij} \text{ binary} \quad i, j \in \mathcal{I} \quad (18)$$

$$w_{ij} \text{ binary} \quad i \in \mathcal{I}, p \in \mathcal{P} \quad (19)$$

$$(20)$$

$$\frac{T_p^{pull} - T_c^{roll} - \Delta^{roll}}{M} \leq \bar{u}_{cp} \quad c \in \mathcal{C}, p \in \mathcal{P} \quad (21)$$

$$\bar{u}_{cp} \leq 1 + \frac{T_p^{pull} - T_c^{roll} - \Delta^{roll}}{M} \quad c \in \mathcal{C}, p \in \mathcal{P} \quad (22)$$

$$x_{cp} \leq \bar{u}_{cp} \quad c \in \mathcal{C}, p \in \mathcal{P} \quad (23)$$

$$T_c^{start} = T_c^{roll} x_{c0} + \sum_{p \in \mathcal{P}} (T_p^{pull} + \Delta^{pull}) x_{cp} \quad c \in \mathcal{C} \quad (24)$$

$$x_{c0} + \sum_{p \in \mathcal{P}} x_{cp} = 1 \quad c \in \mathcal{C} \quad (25)$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}, T_p^{pull} \geq T_o^{pull}} x_{cp} \leq \bar{w}_{co} \quad c \in \mathcal{C}, o \in \mathcal{P} \quad (26)$$

$$z_{cp} \geq \bar{w}_{cp} + \bar{u}_{cp} - 1 \quad c \in \mathcal{C}, p \in \mathcal{P} \quad (27)$$

$$T_q^{start} \leq T_c^{start} \quad q \in \mathcal{O}, c \in \mathcal{C}_q \quad (28)$$

$$T_c^{start} + \Delta^{roll} + \Delta^{p+r} \sum_{p \in \mathcal{P}} x_{cp} + \bar{S}^{out} \leq T_q^{out} \quad q \in \mathcal{O}, c \in \mathcal{C}_q \quad (29)$$

$$\sum_{\theta \in \Theta} y_{q,\theta} = 1 \quad q \in \mathcal{O} \quad (30)$$

$$T_q^{out} + \Delta^{out} - M(2 - y_{q\theta} - y_{r\theta}) \leq T_r^{start} \quad q, r \in \mathcal{O}, \theta \in \Theta : q \leq r \quad (31)$$

$$T_\theta^{free} y_{q\theta} \leq T_q^{start} \quad q \in \mathcal{O}, \theta \in \Theta \quad (32)$$

$$\sum_{c \in \mathcal{C}_q} w_c \leq \sum_{\theta \in \Theta} l_\theta y_{q\theta} \quad q \in \mathcal{O} \quad (33)$$

$$\sum_{c \in \mathcal{C}} w_c z_{cp} \leq l^{mix} \quad p \in \mathcal{P} \quad (34)$$

$$T_c^{start} \geq 0 \quad c \in \mathcal{C} \quad (35)$$

$$T_q^{start} \geq 0 \quad q \in \mathcal{O} \quad (36)$$

$$x_{cp}, y_{c\theta}, \bar{u}_{cp}, \bar{w}_{cp}, z_{cp} \text{ binary} \quad c \in \mathcal{C}, p \in \mathcal{P}, \theta \in \Theta \quad (37)$$