

# **SKJUVHÅLLFASTHET HOS NATURLIGA BERGSSPRICKOR – MOT EN METODIK FÖR BESTÄMNING BASERAT PÅ DATA I FÄLT**

## **SHEAR STRENGTH OF NATURAL ROCK JOINTS – TOWARDS A METHODOLOGY FOR PREDICTION BASED ON FIELD DATA**

*Francisco Ríos-Bayona, TYP SA AB*

*Fredrik Johansson, KTH Jord- och bergmekanik*

*Jörgen Larsson, RISE Research Institutes of Sweden*

*Diego Mas-Ivars, SKB Svensk Kärnbränslehantering AB / KTH Jord- och bergmekanik*

### **SAMMANFATTNING**

Att kunna prediktera en bergssprickas skjuvhållfasthet är svårt i de fall där hela sprickytan inte är tillgänglig, såsom exempelvis en bergsspricka belägen under en befintlig betongdamm eller i projekteringsskedet för en tunnel. Denna artikel presenterar en metodik som undersöker möjligheten att utnyttja information från uppmätt sprickvidd och sprickans råhet i 3D med optisk scanning i mindre storlek, såsom borrhärdar, för att därefter prediktera skjuvhållfastheten i större skalor. Den framtagna metodiken har verifierats med två storskaliga skjuvförsök genomförda i laboratorium med konstant normallast med sprickprover tagna vid Krångede kraftstation. Den främsta nyttan med denna metodik är att den kan utgöra en möjlig väg framåt för att prediktera skjuvhållfastheten för bergssprickor i fall där sprickytan inte är helt tillgänglig.

*Nyckelord: Bergssprickor, skjuvhållfasthet, sprickans passning, sprickans sprickvidd*

### **SUMMARY**

The prediction of a rock joint's peak shear strength becomes complex when its joint surfaces are not fully accessible, such as the rock foundation under an existing concrete dam or the design stage for a tunnel. This paper presents a methodology that investigates the possibility of using information from measured aperture and 3D roughness with optical scanning at smaller sizes, such as drill cores, to predict the peak shear strength of large natural, unfilled rock joints. The presented methodology has been tested in the laboratory under constant normal load conditions on two natural, unfilled rock joint samples obtained from existing rock joints in the foundation of the Krångede concrete dam. The main benefit of this approach is that it may enable the prediction of the peak shear strength in the field under conditions of difficult access.

*Keywords: Rock joints, peak shear strength, rock joint matedness, rock joint aperture*

### **FÖRORD**

Denna artikel är baserad på Francisco Ríos-Bayonas doktorsavhandling [1] och är i huvudsak en sammanfattning av en artikel publicerad i den vetenskapliga tidskriften *Rock Mechanics and Rock Engineering* [2].

# 1 INLEDNING

Bergsprickors skjuvhållfasthet i *in-situ* skala är en viktig parameter vid bergmekanisk dimensionering och en utmaning för ingenjörer i bergmekanik [1]. Ett exempel på konstruktioner vars stabilitet kan vara beroende av denna parameter är betongdammar. I Sverige finns ett stort antal betongdammar grundlagda på berg, där bergmassan i flera fall genomkorsas av sub-horisontella sprickplan. Inverkan från det horisontella vattentrycket i kombination med upptryck innebär att glidning längs de sub-horisontella sprickplanen kan utgöra en potentiell brottmekanism som måste beaktas när dammarnas säkerhet utvärderas. Ett annat exempel är tunnlar och bergrum där skjuvhållfastheten för bergsprickor är en viktig parameter för att bland annat analysera blockstabilitet.

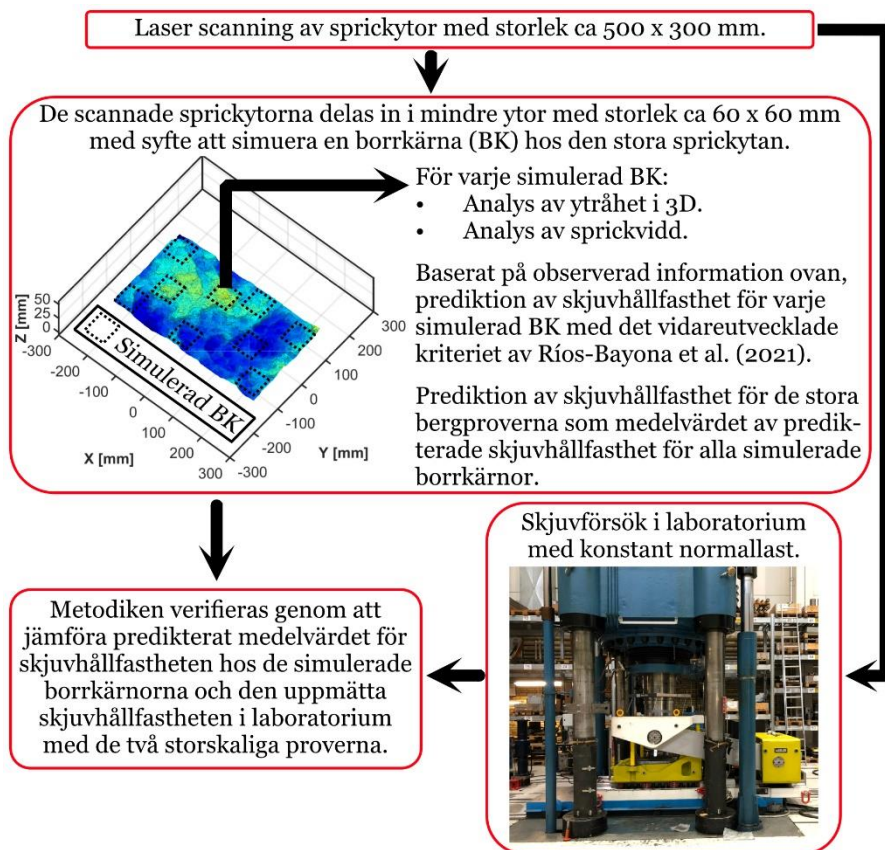
Trots olika försök under de senaste decennierna för att utveckla empiriska och analytiska metoder för att prediktera bergsprickors skjuvhållfasthet är osäkerheten i dessa metoder fortfarande stor [3-7]. Ingen av de befintliga metoderna tar idag hänsyn till samtliga parametrar och hur de samverkar för att mobilisera en sprickas skjuvhållfasthet. Dessutom har resultat från utförda skjuvförsök under de senaste åren visat att sprickans passning har en stor inverkan i dess uppmätta skjuvhållfasthet [8, 9]. I praktiken är det normalt att uppskatta en bergsprickas råhet subjektivt genom att jämföra med fördefinierade profiler, såsom *JRC*-parametern [4]. Dock beaktas inte inverkan från passning när råheten uppskattas subjektivt, vilket innebär att hållfastheten riskerar att överskattas. De erhållna resultaten i laboratorium [8, 9] tillsammans med en analys av de grundläggande mekanismerna bakom en sprickas skjuvning indikerar att en potentiell skaleffekt inte bara är en effekt av provstorleken [2, 8, 10].

Denna artikel presenterar en metodik som undersöker möjligheten att utnyttja information från uppmätt sprickvidd och ytråhet i 3D med optisk scanning i mindre storlek, såsom borrhärdar, för att därefter prediktera skjuvhållfastheten i större skalor. Den framtagna metodiken har verifierats med två storskaliga skjuvförsök genomförda i laboratorium med konstant normallast med sprickprover tagna vid Krångede kraftstation. Den främsta nyttan med denna metodik är att den kan utgöra en möjlig väg framåt för att prediktera skjuvhållfastheten för bergsprickor i fall där sprickytan inte är helt tillgänglig, såsom en sub-horisontell spricka belägen under en betongdamm eller i projekteringsskedet för tunnlar och bergrum.

## 2 METODIK

Hypotesen i studien från Ríos-Bayona et al. [2] är att skjuvhållfastheten hos naturliga, ofyllda bergsprickor i fält kan predikteras genom utförda observationer från sprickans råhet i 3D och sprickvidd från ett antal representativa prover i mindre storlek, såsom borrhärdar. I syfte att studera om detta är möjligt utfördes både analytiskt och experimentellt arbete med två storskaliga sprickprover med storlek ca 500 x 300 mm. Ett flödesschema med de viktigaste stegen i den utvecklade metodiken redovisas i Figur 1.

Sprickytorna för de testade bergproverna scannades med högupplöst laserscanning innan skjuvning i laboratorium utfördes. De scannade ytorna för de stora proverna (500 x 300 mm) delades in i mindre ytor med en storlek på ca 60 x 60 mm. Syftet med dessa mindre ytor var att simulera kärnbörning genom de stora sprickproverna. Varje enskild simulerad borrhärd i det storskaliga provet betraktades som en oberoende komponent i ett parallellsystem. Skjuvhållfastheten hos varje simulerad borrhärd predikterades med det vidareutvecklade kriteriet av Ríos-Bayona et al. [9] baserat på observerad information från den uppmätta sprickråheten i 3D och uppmätt sprickvidd. Skjuvhållfastheten för de två storskaliga proverna predikterades genom att beräkna medelvärdet för skjuvhållfastheten för de mindre simulerade



Figur 1. Flödesschema med metodiken för att undersöka möjlighet att bestämma skjuvhållfasthet på bergssprickor i stor skala baserat på information från mindre prover såsom borrhärnor (reviderat efter Ríos-Bayona et al. 2022 [2], CC BY 4.0, <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

borrhärnorna. Metodiken verifierades genom att jämföra det predikterade medelvärdet för skjuvhållfastheten hos de simulerade borrhärnorna och den uppmätta skjuvhållfastheten i laboratorium med de två storskaliga proverna.

### 3 TEORI

#### 3.1 Vidareutvecklat kriterium

Kriteriet för bergssprickors skjuvhållfasthet av Ríos-Bayona et al. [9] är en vidareutvecklad version av Johansson och Stilles kriterium [6]. Kriteriet baseras på adhesionsteori och antagandet att glidning är den styrande brottmekanismen genom kontaktpunkterna som är aktiva under skjuvning. Utöver detta baseras den även på en idealiserad beskrivning av sprickans råhet baserad på fraktalteori, vilket innebär att sprickytan kan betraktas som summan av råhetsklackar i olika skalor som överlagrar varandra [11], samt hur storleken och dilatationsvinkel på kontaktpunkterna förändras till följd av skala och passning. Kriteriet uttrycks enligt följande ekvationer:

$$\phi_p = \phi_b + i_n, \quad (1)$$

där

$$i_n = \text{atan} \left[ \tan(i_g) \left( \frac{L_n}{L_g} \right)^{k(H-1)} \right], \quad (2)$$

och

$$i_g = \theta_{\max}^* - 10 \left( \frac{\log_{10} \frac{\sigma_n}{\sigma_{ci}} - \log_{10} A_0}{c} \right) \theta_{\max}^*, \quad (3)$$

där  $\phi_p$  och  $\phi_b$  är den totala friktionsvinkeln respektive basfriktionsvinkeln,  $i_n$  och  $i_g$  är dilatationsvinkel i prov- respektive kornstorlekskala.  $\sigma_n$  är normalspänningen och  $\sigma_{ci}$  är sprickytans tryckhållfasthet,  $A_0$  och  $C$  är förhållandet för kontaktarean mot skjuvriktningen respektive en råhetsparameter, och  $\theta_{\max}^*$  är störst uppmätt lutningsvinkel mot skjuvriktningen på ytans oregelbundenheter i kornstorlek.  $L_n$  är provets storlek,  $L_g$  är antagen skala associerad med kornstorlek,  $H$  är Hurst exponent, och  $k$  är en parameter som beskriver inverkan från sprickans passning.

Parametern  $k$  beräknas enligt följande ekvation

$$k = \frac{\log_{10} \frac{2a_{50}}{\tan(i_n)} - \log_{10} L_{asp,g}/2}{\log_{10} L_n/2 - \log_{10} L_g/2}, \quad (4)$$

där  $a_{50}$  är värdet på medianen för uppmätt sprickvidd mellan kontaktytorna innan skjuvning, och  $L_{asp,g}$  är medelvärdet för längden av kontaktpunkterna i kornstorlek.

Parametern  $k$  kopplar uppmätt värde för  $a_{50}$  med både  $L_n$  och  $i_n$ . Denna teoretiska koppling är baserad på principerna från fraktalteori och antagandet att glidning längs aktiva kontaktpunkter är den styrande brottmekanismen [6, 8, 9].

### 3.2 Prediktion av skjuvhållfasthet baserat på information från borrhärnor

I det vidareutvecklade kriteriet av Ríos-Bayona et al. [9] betraktas skjuvhållfastheten som resultatet av en medelvärdesbildande process med bidrag från varje kontaktpunkt som är aktiv under skjuvning. Kriteriets antagande är att det är storleken, antalet och lutningen på de aktiva kontaktpunkterna som bestämmer en bergsprickas skjuvhållfasthet, snarare än storleken på de testade proverna, det vill säga provskalan. Denna princip redovisas i ekvationerna (2) och (4). Detta innebär att under samma applicerade normalspänning blir den predikterade skjuvhållfastheten med kriteriet för olika bergprover i olika skalor konstant, förutsatt att de uppmätta värdena för både ytråhet (dvs.,  $A_0$ ,  $\theta_{\max}^*$ ,  $C$ , and  $H$ ) och sprickvidd (dvs.,  $a_{50}$ ) är samma. Detta antagande är kopplat till möjligheten att beskriva sprickans råhet baserad på fraktalteori som en summa av råhetsklackar i olika skalor som överlagras varandra [11].

Enligt Ríos-Bayona et al. [2] kan det antas att  $\tau_{p,L} = \tau_{p,S}$ , baserat på interaktionen mellan sprickans råhet och sprickvidd, där  $\tau_{p,L}$  och  $\tau_{p,S}$  är skjuvhållfastheten i stor- respektive mindre skala. Dessutom kan den totala skjuvkraften för ett stort bergprov ( $T_{p,L}$ ) betraktas som summan av skjuvkrafterna från mindre prover, såsom borrhärnor, förutsatt att de mindre proverna täcker hela sprickytan för det stora bergprovet. Detta kan uttryckas som  $T_{p,L} = \sum_{i=1}^n T_{p,S_i}$ , där  $n$  är antal borrhärnor över hela ytan hos det stora provet, och  $T_{p,S_i}$  är skjuvkraften för varje enskild borrhärna. Ekvationen kan också uttryckas som  $T_{p,L} = \sum_{i=1}^n \tau_{p,S_i} \cdot A_{p,S_i}$ , där  $A_{p,S_i}$  är arean för varje enskild borrhärna. Enligt teorin i Ríos-Bayona et al. [2] kan det antas att skjuvhållfastheten är en medelvärdesbildande process där varje enskilt delområde kan betraktas som en oberoende

komponent i ett parallellsystem. Detta betyder att värdet på  $T_{p,L}$  kan beräknas som produkten av medelvärdet för predikterad skjuvhållfasthet för borrhärdor ( $\mu_{\tau_{p,S}}$ ) och den totala arean av det analyserade bergprovet (dvs.,  $T_{p,L} = \mu_{\tau_{p,S}} \cdot A$ ).

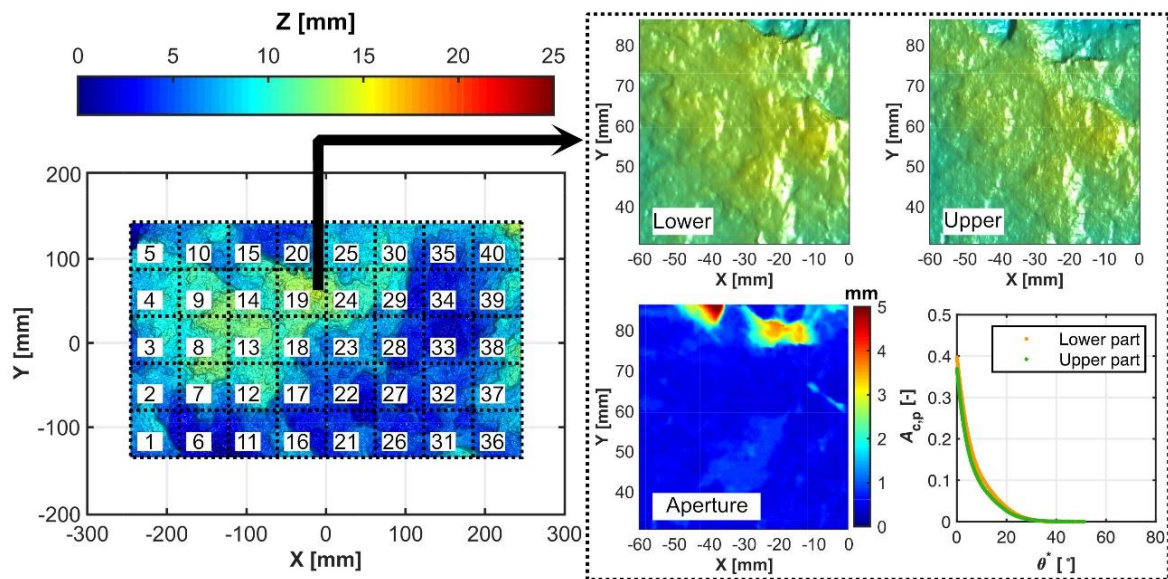
#### 4 TESTADE BERGPROVER

Den utvecklade metodiken i Ríos-Bayona et al. [2] testades med två bergprover som sågades från befintliga naturliga, ofyllda sub-horisontella sprickplan i närheten av Krångede betongdamm. Bergproverna sågades från större bergblock som kom från utbyggnaden av nya vertikala schakt i anslutning till det befintliga kraftverket. Dammens vid Krångede, de stora bergblock som lyftes upp i de vertikala schakten, samt de två sågade bergproverna som testades i laboratorium (K1 och K2) redovisas i Figur 2.

Bergmassan under dammens fundament utgjordes av grovkornig granit. Sprickytan i bergproverna K1 och K2 var något vittrat och hade tunna beläggningar av både klorit och kalcit med en uppskattad tjocklek på någon tiondels millimeter. Värdet på  $\phi_b$  uppskattades till ca  $29^\circ$  med hjälp av tilt-tester [12] medan värdet på  $\sigma_{ci}$  uppskattades till ca 150 MPa med hjälp av Schmidt Hammer Index [13]. Uppmätta värden för yträhet i 3D samt sprickvidd finns tillgängliga i Ríos-Bayona et al. [2]. Uppmätta värden för  $\phi_p$  i skjuvförsök i laboratorium för bergproverna K1 och K2 var  $57.1^\circ$  respektive  $49.7^\circ$ .



Figur 2. *a* Damm vid Krångede; *b* stora bergblock som lyftes upp från de vertikala schakten i anslutning till det befintliga kraftverket; *c* bergprov K1 innan skjuvförsök i laboratorium; *d* bergprov K2 innan skjuvförsök i laboratorium (efter Ríos-Bayona et al. 2022 [2], CC BY 4.0, <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).



Figur 3. Bergprov K1 indelat i 40 mindre ytor med storlek ca 60 x 60 mm (vänster) med ett exempel på analys av ytråhet i 3D respektive uppmätt sprickvidd i en simulerad borrhäna (höger). Bergprov K2 indelades enligt samma princip (efter Ríos-Bayona et al. 2022 [2], CC BY 4.0, <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

#### 4.1 Simulering av borrhäror i mindre storlek baserat på scanning

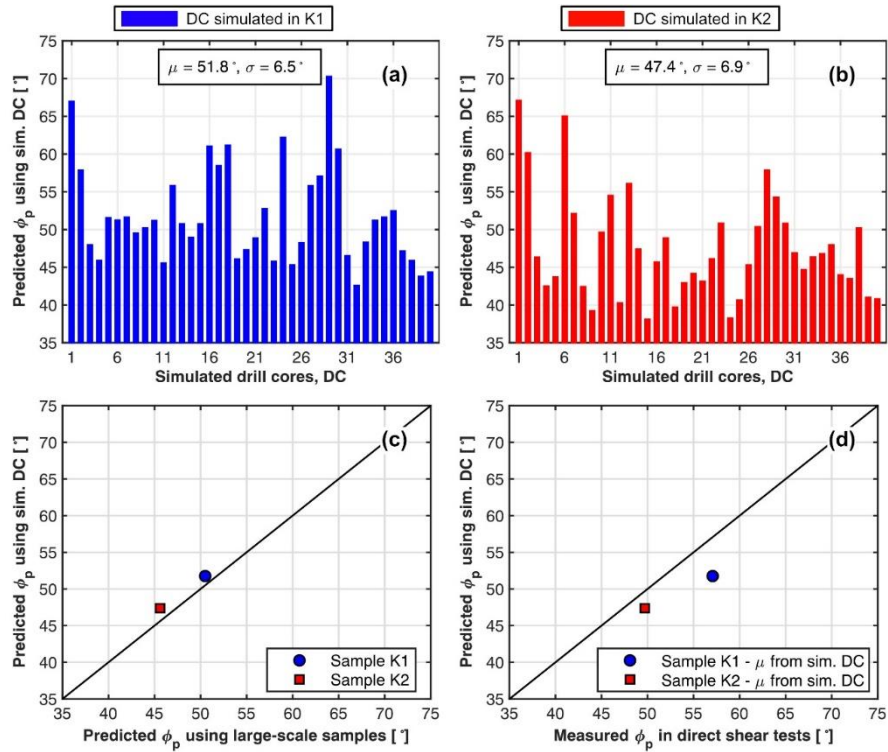
De scannade sprickyterna från bergproverna K1 och K2 delades in i 40 mindre ytor med en storlek på ca 60 x 60 mm. Varje enskild mindre yta betraktades som en simulerad borrhäna hos de stora bergproverna K1 och K2. Skjuvhållfastheten för varje simulerad borrhäna med storleken 60 x 60 mm predikterades med det vidareutvecklade kriteriet i ekvationerna (1) till (4) [9] baserat på utförda observationer från deras ytråhet i 3D och uppmätt sprickvidd. Denna princip redovisas i Figur 3. Det predikterade  $\phi_p$ -värdet för de stora bergproverna K1 och K2 beräknades som medelvärdet av de predikterade  $\phi_p$ -värden för alla simulerade borrhäror hos de stora bergproverna.

## 5 RESULTAT

De predikterade  $\phi_p$ -värdena med det vidareutvecklade kriteriet för varje simulerad borrhäna i bergproverna K1 och K2 redovisas i Figur 4 del a respektive del b. De predikterade  $\phi_p$ -värdena för de 40 simulerade borrhäror i bergprov K1 varierade mellan 42.6° and 70.3° med ett medelvärde ( $\mu$ ) och standardavvikelse ( $\sigma$ ) på 51.8° respektive 6.5°. De predikterade  $\phi_p$ -värdena för de 40 simulerade borrhäror i bergprov K2 varierade mellan 38.1° and 67.1° med ett  $\mu$  och  $\sigma$  på 47.4° respektive 6.9°.

En jämförelse mellan medelvärdet för predikterat  $\phi_p$  för bergproverna K1 och K2, som togs fram genom att använda de 40 simulerade borrhäror och deras respektive sprickytor, mot predikterat  $\phi_p$  genom att använda hela sprickytan (dvs., utan simulerade borrhäror) redovisas i Figur 4c. Medelvärdet för predikterat  $\phi_p$  i bergproverna K1 och K2, baserat på simulerade borrhäror, var 1.3° respektive 1.8° högre än deras predikterade  $\phi_p$  vid användning av hela sprickyterna.

En jämförelse mellan medelvärdet för predikterat  $\phi_p$  i bergproverna K1 och K2 genom att använda de 40 simulerade borrhäror och deras respektive sprickytor och deras uppmätta  $\phi_p$  vid skjuvförsök i laboratorium redovisas i Figur 4d. Medelvärdet av predikterat  $\phi_p$  för

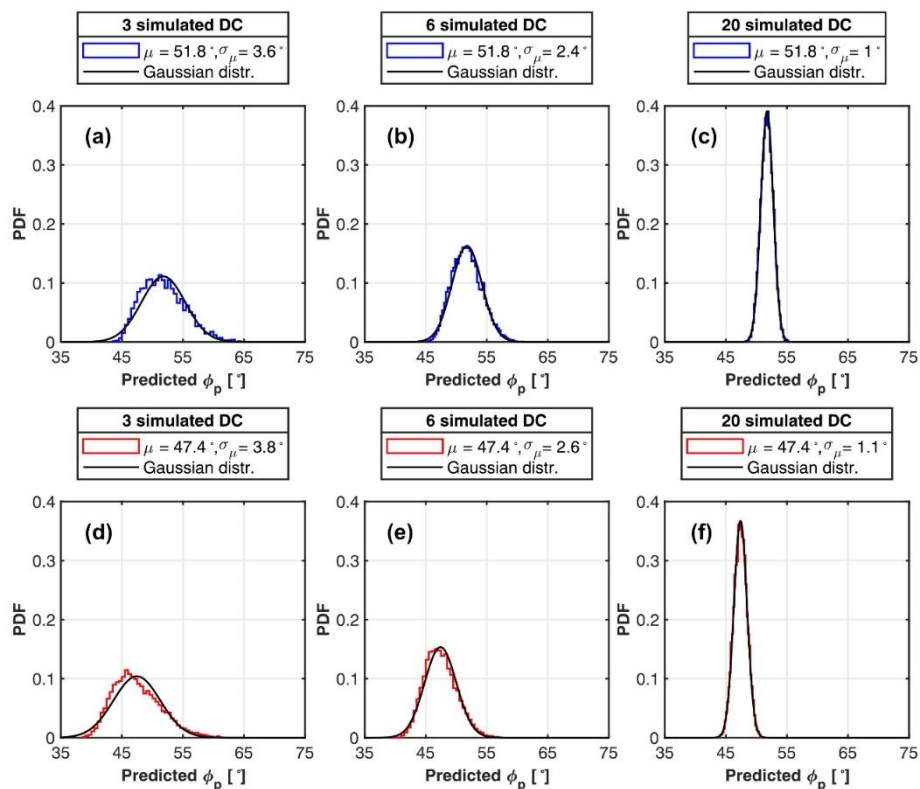


Figur 4. **a** Predikterade  $\phi_p$ -värden med det vidareutvecklade kriteriet för de 40 simulerade borrhämnarna i bergprov K1; **b** predikterade  $\phi_p$ -värden med det vidareutvecklade kriteriet för de 40 simulerade borrhämnarna i bergprov K2; **c** jämförelse mellan  $\mu$  för predikterat  $\phi_p$  i bergproverna K1 och K2 genom att använda de 40 simulerade borrhämnarna och deras respektive spricktytor och deras predikterade  $\phi_p$  genom att använda hela sprickytan; **d** jämförelse mellan  $\mu$  för predikterat  $\phi_p$  i bergprover K1 och K2 genom att använda de 40 simulerade borrhämnarna och deras respektive spricktytor och deras uppmätta  $\phi_p$  vid skjuvförsök i laboratorium (efter Ríos-Bayona et al. 2022 [2], CC BY 4.0, <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

bergproverna K1 och K2 baserat på simulerade borrhämnor var  $5.3^\circ$  respektive  $2.3^\circ$  lägre än de  $\phi_p$  som uppmättes i laboratorium. De predikterade  $\phi_p$ -värdena vid användning av simulerade borrhämnor stämde bra överens med de uppmätta  $\phi_p$ -värdena vid skjuvförsök i laboratorium med bergproverna K1 och K2.

### 5.1 Analys av statistisk osäkerhet baserat på antal simulerade borrhämnor

Den statistiska osäkerheten på grund av antalet simulerade borrhämnor som användes vid prediktering av  $\phi_p$  för de stora bergproverna från Krångede analyserades med en Monte Carlo simulering. I detta steg predikterades  $\phi_p$ -värden genom att slumpmässigt plocka 3, 6 respektive 20 simulerade borrhämnor hos de scannade spricktytor i de stora bergproverna K1 och K2. Det utfördes totalt 10,000 simuleringar för varje fall. Predikterat  $\phi_p$ -värdet i varje simulering beräknades som  $\mu$ -värdet av predikterat  $\phi_p$  för de slumpmässigt utvalda borrhämnorna. Histogrammen med 10,000 Monte Carlo simuleringar för bergproverna K1 och K2 redovisas i Figur 5. Resultaten visar att medelvärdet för beräknat  $\phi_p$  med Monte Carlo simuleringar är samma som  $\phi_p$ -värdet med de 40 simulerade borrhämnorna i bergproverna K1 och K2. Standardavvikelse för medelvärdena ( $\sigma_\mu$ ) minskar dock som förväntat med ökat antal borrhämnor i prediktionen av  $\phi_p$  och följer därmed teorin för hur den statistiska osäkerheten för medelvärdet minskar med ökat antal prov.



Figur 5. Histogrammen med 10,000 Monte Carlo simuleringar för predikerade  $\phi_p$ -värden baserat på simulerade borrhäror i bergprov K1: **a** med 3 simulerade borrhäror, **b** med 6 simulerade borrhäror och **c** med 20 simulerade borrhäror; och i bergprov K2 **d** med 3 simulerade borrhäror, **e** med 6 simulerade borrhäror och **f** med 20 simulerade borrhäror (efter Ríos-Bayona et al. 2022 [2], CC BY 4.0, <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

## 6 SAMMANFATTANDE SLUTSATSER

Denna artikel presenterar en metodik som undersöker möjligheten att utnyttja information från uppmätt sprickvidd och ytråhet i 3D med optisk scanning i mindre storlek, såsom borrhäror, för att därefter prediktera skjuvhållfastheten i större skalor. De utförda laborieförsöken på två större bergprover tagna vid Krångede kraftstation visade att deras skjuvhållfasthet kan predikteras med acceptabla resultat baserat på information från flera prov i mindre storlek, såsom borrhäror. Borrhäror i denna studie simulerades baserat på utförd scanning av sprickytorna. Den uppmätta sprickvidden och sprickråheten i 3D för varje simulerad borrhära användes för att prediktera deras skjuvhållfasthet med det vidareutvecklade kriteriet. Den främsta nyttan med denna metodik är att den kan utgöra en möjlig väg framåt för att prediktera skjuvhållfastheten för bergsprickor i fall där sprickytan inte är helt tillgänglig, såsom en subhorisontell spricka belägen under en betongdamm eller under projekteringskedet för tunnlar och bergum.

Resultat från Monte Carlo simuleringar visar att den statistiska osäkerheten kan minskas med ökat antal borrhäror som tas i beaktning för att prediktera skjuvhållfastheten hos de testade bergproverna, vilket utgör en viktig faktor vid en dimensionering med sannolikhetsbaserade metoder. Studien från Ríos-Bayona et al. [2] föreslår att sprickvidden uppmäts direkt i den utförda borrhäran vid den faktiska normalspänningen för att bättre beakta interaktionen mellan de aktiva kontaktpunkterna med det vidareutvecklade kriteriet [9].

Metodikerna i Ríos-Bayona et al. [2] har än så länge enbart testats på två större provkroppar och ytterligare forskning är nödvändig för att säkerställa dess tillämpbarhet.



## 7 ERKÄNNADEN

Forskningen som presenteras i denna artikel har möjliggjorts genom finansiering från Svenskt Vattenkraftcentrum (SVC) (Anslag nr. VK10798). SVC inrättades av Energimyndigheten, Elforsk och Svenska Kraftnät tillsammans med Luleå tekniska universitet, KTH Kungliga Tekniska Högskolan, Chalmers tekniska högskola och Uppsala universitet. <http://www.svc.nu>. Finansiering har även erhållits från Svensk Kärnbränslehantering AB (SKB) (Anslag nr. 22483).

Författarna vill även rikta ett stort tack till Magnus Svensson och Marcus Hautakoski på Fortum för deras hjälp med att tillhandahålla stenproverna från Krångede. Ett stort tack riktas även till RISE Research Institutes of Sweden för utförandet av de direkta skjuvförsöken.

## 8 REFERENSER

- [1] Ríos Bayona F 2022 Peak Shear Strength of Rock Joints – Towards a Methodology for Prediction Based on Field Data Doctoral thesis, comprehensive summary, TRITA-ABE-DLT. KTH Royal Institute of Technology, Stockholm
- [2] Ríos-Bayona F, Johansson F, Larsson J, and Mas-Ivars D 2022 Peak Shear Strength of Natural, Unfilled Rock Joints in the Field Based on Data from Drill Cores – A Conceptual Study Based on Large Laboratory Shear Tests *Rock Mech Rock Eng* **55** pp. 5083-106. doi: <https://doi.org/10.1007/s00603-022-02913-9>
- [3] Patton F D "Multiple modes of shear failure in rock" in *1st ISRM Congress*, 1966: International Society for Rock Mechanics, 1966
- [4] Barton N and Choubey V 1977 The shear strength of rock joints in theory and practice *Rock Mech* **10** pp. 1-54. doi: <https://doi.org/10.1007/BF01261801>
- [5] Grasselli G and Egger P 2003 Constitutive law for the shear strength of rock joints based on three-dimensional surface parameters *Int J Rock Mech Min Sci* **40** pp. 25-40. doi: [https://doi.org/10.1016/S1365-1609\(02\)00101-6](https://doi.org/10.1016/S1365-1609(02)00101-6)
- [6] Johansson F and Stille H 2014 A conceptual model for the peak shear strength of fresh and unweathered rock joints *Int J Rock Mech Min Sci* **69** pp. 31-8. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2014.03.005>
- [7] Casagrande D, Buzzi O, Giacomini A, Lambert C, and Fenton G 2018 A New Stochastic Approach to Predict Peak and Residual Shear Strength of Natural Rock Discontinuities *Rock Mech Rock Eng* **51** pp. 69-99. doi: <https://doi.org/10.1007/s00603-017-1302-3>
- [8] Johansson F 2016 Influence of scale and matedness on the peak shear strength of fresh, unweathered rock joints *Int J Rock Mech Min Sci* **82** pp. 36-47. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2015.11.010>
- [9] Ríos-Bayona F, Johansson F, and Mas-Ivars D 2021 Prediction of Peak Shear Strength of Natural, Unfilled Rock Joints Accounting for Matedness Based on Measured Aperture *Rock Mech Rock Eng* **54** pp. 1533-50. doi: <https://doi.org/10.1007/s00603-020-02340-8>
- [10] Barton N and Bandis S "Effects of block size on the shear behavior of jointed rock" in *The 23rd US symposium on rock mechanics (USRMS)*, 1982: American Rock Mechanics Association, 1982
- [11] Mandelbrot B B 1985 Self-affine fractals and fractal dimension *Physica Scripta* **32** p. 257.
- [12] Alejano L R, Muralha J, Ulusay R, Li C C, Pérez-Rey I, Karakul H, Chryssanthakis P, and Aydan Ö 2018 ISRM Suggested Method for Determining the Basic Friction Angle of Planar Rock Surfaces by Means of Tilt Tests *Rock Mech Rock Eng* **51** pp. 3853-9. doi: <https://doi.org/10.1007/s00603-018-1627-6>

- [13] Aydin A, "ISRM Suggested Method for Determination of the Schmidt Hammer Rebound Hardness: Revised Version," in *The ISRM Suggested Methods for Rock Characterization, Testing and Monitoring: 2007-2014*, R. Ulusay, Ed.: Springer, Cham, 2008. doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-07713-0\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-319-07713-0_2)