

Analys och prediktion av slitage på hjulprofiler och bromsbelägg på tåg

Anders Holst

December 2011

SICS Technical Report T2011:14
ISSN 1100-3154

Sammanfattning

Vi har som en del av det Vinnova-finansierade projektet DUST undersökt hur Bayesiansk statistisk modellering och avvikelседetektion kan användas för att analysera slitage på hjulprofiler och bromsbelägg på tåg. Vi visar hur man med denna analys kan filtrera data, upptäcka onormalt slitage, och förutsäga när det är dags för underhåll. Resultaten visar att de föreslagna metoderna fungerar mycket bra för analys av den typ av tidsseriedata med trender som det handlar om här, och att det går att få ut ganska mycket trots att data är relativt få och brusiga.

Bakgrund

En viktig del av underhållet på tåg rör hjulen, och innefattar såväl bromsbelägg som hjulprofiler. Bromsbeläggen slits ner under användning, och måste bytas ut innan de inte hinner slitas ned helt. Själva hjulen slits också gradvis, och måste regelbundet svarvas om för att profilen ska hålla sig inom acceptabla gränser. Hjulprofilen består bland annat av en flänshöjd, som ökar med tiden och inte får bli för stor, och en flänsbredd som minskar med tiden och har en undre gräns.

Euromaint som utför underhåll på tåg har installerat optisk mätutrustning på en plats längs spåret, som när tåget rullar förbi kan mäta såväl bromsbeläggens kvarvarande tjocklek, som hjulprofiler. Mätningarna kan användas för att upptäcka när något bromsbelägg eller något hjuls profil börjar närma sig sina gränsvärden och därför måste servas. Men mätningarna öppnar också upp för mer avancerad analys, som att till exempel förutsäga hur lång tid det är kvar tills service kommer att behövas. Ett annat exempel är att upptäcka om något bromsbelägg slits signifikant snabbare eller långsammare än de andra, och alltså kan behöva justeras trots att det inte är utslitet än. Det som komplicerar analysen är att mätningarna är relativt få (de förekommer oregelbundet men i medel ca 2 gånger i veckan) och samtidigt behäftade med en viss osäkerhet och en andel rena felmätningar. Man måste alltså först filtrera bort orimliga värden, och sen från de kvarvarande uppskatta en lutning så gott det går.

Vi har som en del av det Vinnova-finansierade DUST-projektet (Dynamiskt Underhåll, planering och Schemaläggning för Tåg) studerat Euromaints mätningar av flänshöjd, flänsbredd och bromsbeläggstjocklek. Vi har fått data från hjulen på 220 vagnar från X2000-tåg under största delen av 2008. Med dessa data har vi med hjälp av Bayesiansk statistisk modellering och avvikelstdetektion gjort tre saker:

- Bortfiltrering av felaktiga datapunkter.
- Detektion av onormalt slitage.
- Prediktion av när service kommer att behövas.

Statistisk modellering

Samtliga tre mätta storheter kan modelleras på samma sätt: De förändras huvudsakligen linjärt över tiden (eller linjärt i antal färdkilometer om man ska vara nog, men i denna studie approximerades detta med tiden), men mätningen av dem är behäftad med en stor bruskomponent. Bruset är av två typer: dels ett vanligt mätfel som vi kan anta är Gaussiskt, dels i en minoritet av fallen ett helt slumpmässigt värde som inte har något med den verkliga storheten att göra. I det första fallet innebär det att mätvärdet y som funktion av tiden t kan skrivas:

$$y(t) = kt + l + \delta$$

där δ är det Gaussiska bruset. Det ger fördelningen för y -värden:

$$P(y | t) = \sqrt{\frac{q}{2\pi}} e^{-\frac{q}{2}(y-kt-l)^2}$$

där q är ett genom variansen av bruskomponenten δ .

Vi har mätningar från ett stort antal komponenter, som var och en har egna k_i och l_i . (Visserligen bör de vara ungefär samma för olika komponenter, men eftersom vi vill testa om komponenterna slits olika fort, så kan vi inte i modellen anta att de är lika.)

Det första steget är att bygga en Bayesiansk statistisk modell baserat på mätdata, vilket innebär att från mätdata skaffa sig en uppfattning om värdena på alla k_i och l_i . Denna modell ska sen användas för alla tre uppgifterna: att filtrera data, bedöma lutningen hos respektive storhet, och förutsäga när det börjar bli dags för service.

Huvudidén med Bayesiansk statistik är att man istället för att försöka hitta punktskattningar på k_i och l_i , beräknar hela sannolikhetsfördelningar över dem. Poängen är att när man har en mycket begränsad mängd träningsdata som dessutom är behäftad med ganska mycket brus, så blir punktskattningarna väldigt osäkra. Genom att istället genom hela beräkningarna ta hänsyn till alla möjliga värden på parametrarna (viktat med sina respektive sannolikheter) så får vi ett betydligt stabilare resultat. Visserligen är resultaten självt en sannolikhetsfördelning, och om osäkerheterna är stora så kan den ha ganska stor varians, men då har vi i alla fall gjort osäkerheten explicit, och själva storleken på osäkerheten kan användas till att dra användbara slutsatser, som t.ex om en lutning är anmärkningsvärd eller bara en slumpffekt, eller hur mycket marginal vi behöver när vi planerar in servicetillfällen.

Så det första steget är att uttrycka modellen för en linje, dvs en fördelning över ett k och l (och brusnivån q) givet en vektor Y av mätvärden vid tidpunkterna i vektorn T :

$$\begin{aligned} P(k, l, q | Y, T) &\propto P(k, l, q) P(Y, T | k, l, q) \\ &= P(k, l, q) \prod_i P(y_i | t_i, k, l, q) \\ &= \frac{q^{n/2-1}}{(2\pi)^{n/2}} e^{-\frac{1}{2}q \sum_i (y_i - kt_i - l)^2} \end{aligned}$$

Här är $P(k, l, q)$ apriori-fördelningen över parametrarna, som valts likformig för k and l , och för q som $P(q) \propto 1/q$.

Notera igen att denna modell alltså inte bara beskriver en enda linje som i linjär regression, utan en hel familj av linjer som alla skulle kunna gå genom de uppmätta punkterna med olika sannolikhet. För att kunna använda den för att beräkna fördelningen för ett nytt mätvärde z vid tidpunkten s måste vi integrera över alla möjliga linjer:

$$P(z | Y, T, s) = \int_{k, l, q} P(z | k, l, q, s) P(k, l, q | Y, T)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\Gamma(\frac{n-1}{2})}{\sqrt{\pi}\Gamma(\frac{n-2}{2})} \cdot \frac{1}{\sqrt{nV}} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{(x-M)^2}{nV}\right)^{\frac{n-1}{2}}} \\
M &= \frac{\sum y_i (\sum t_i^2 - s \sum t_i) - \sum y_i t_i (\sum t_i - sn)}{n \sum t_i^2 - (\sum t_i)^2} \\
V &= \frac{(n+1)(\sum t_i^2 + s^2) - (\sum t_i + s)^2}{n \sum t_i^2 - (\sum t_i)^2} \cdot \left(\left(\frac{\sum y_i^2}{n} - \frac{(\sum y_i)^2}{n^2} \right) - \frac{(\sum y_i t_i / n - \sum y_i \sum t_i / n^2)^2}{\sum t_i^2 / n - (\sum t_i)^2 / n^2} \right)
\end{aligned}$$

Detta är en Student-t-fördelning över z , med väntevärde M och varians V . n är antalet mätpunkter i Y och T . Detta uttryck kan vi nu använda för att förutsäga var nästa mätvärde kommer att hamna.

Filtrering

Det första vi ska använda modellen ovan till är att filtrera bort orimliga mätvärden ur tidserierna. Det går till så att man först antar att alla värden är korrekta och tränar modellen baserat på dessa. Därefter testas alla värden med modellen för att avgöra hur avvikande de är från resten. De värden som är mest avvikande av alla som ligger över en acceptabel tröskel tas bort. Detta upprepas för de kvarvarande värdena, tills alla är mindre avvikande än tröskeln.

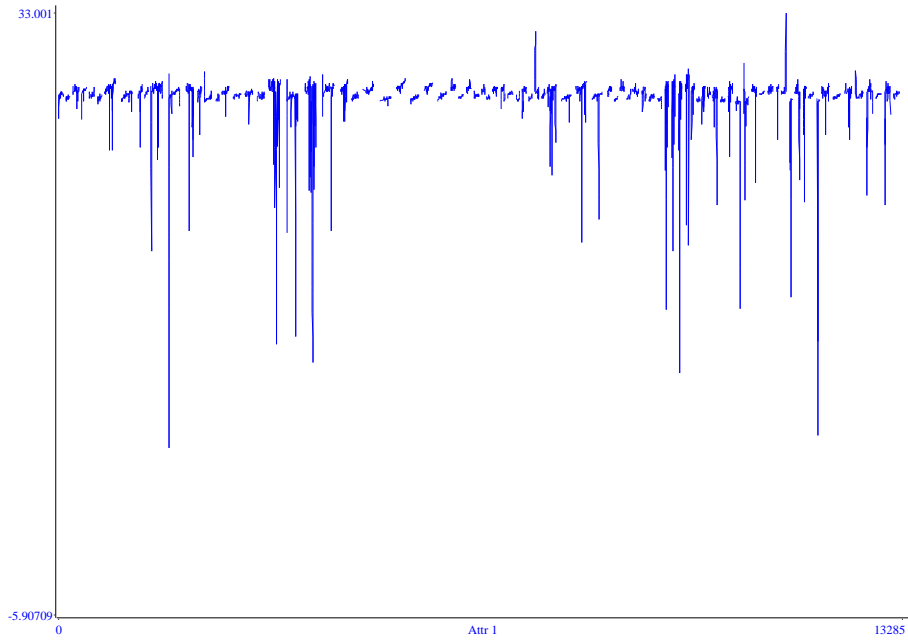
För att bedöma hur avvikande ett mätvärde z är, givet vår modell, så ska man titta på hur otroligt det är att få ett minst lika ovanligt värde som z . Det innebär att titta på volymen av "svansen" på fördelningen bortanför z (och symmetriskt på båda sidor om fördelningen). Använder man att $P(z | Y, T, s)$ är en Student-t med väntevärde M och varians V så får man att integralen över svansarna blir:

$$\bar{A}(z) = \frac{\Gamma(\frac{n-1}{2})}{\sqrt{\pi}\Gamma(\frac{n}{2})} \left(\frac{nV}{(z-M)^2} \right)^{\frac{n-2}{2}} {}_2F_1 \left(\frac{n-2}{2}, \frac{n-1}{2}, \frac{n}{2}, -\frac{nV}{(z-M)^2} \right)$$

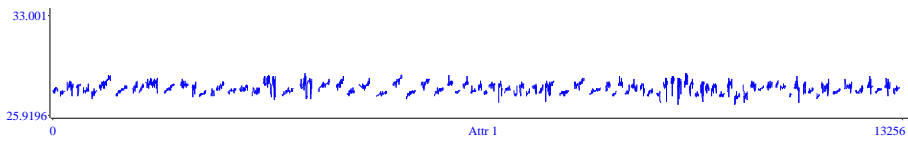
där ${}_2F_1$ är en hypergeometrisk funktion. Detta uttryck använder vi alltså för att bedöma hur osannolikt det är att ett mätvärde hör till samma linje som övriga mätvärden. Om sannolikheten är för låg, så sorteras värdet bort som orimligt. Nedan har tröskeln 0.000001 använts.

Filtrering av hjulprofildata

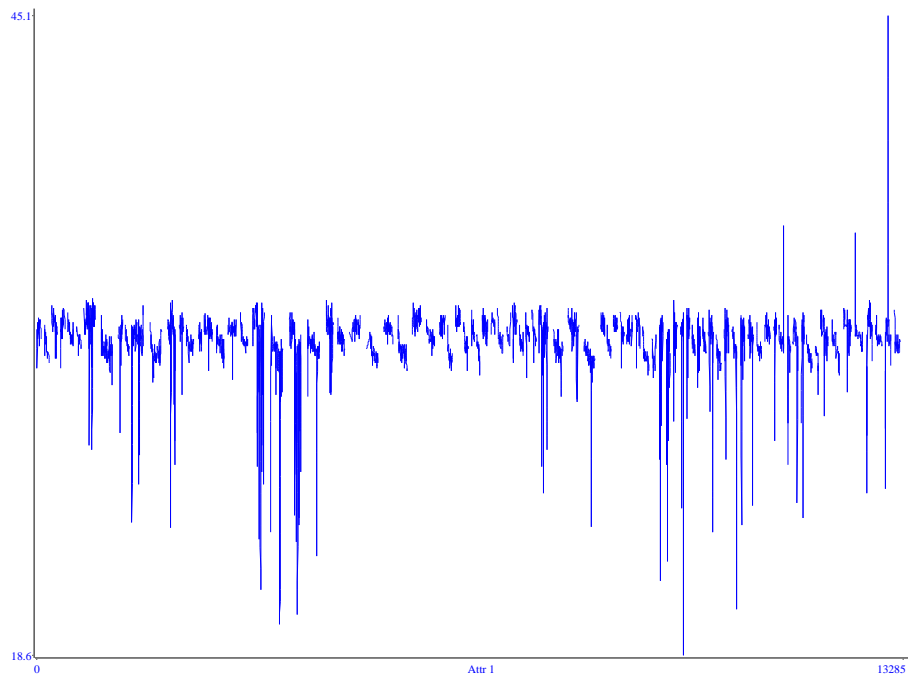
Figur (1) och (2) visar mätvärden för flänshöjden för ett antal hjul på ett antal tåg. Tidsserierna för de olika hjulen är utlagda efter varandra längs x-axeln. Inom varje tidsserie motsvarar x-axeln tiden. Figur (1) är före filtrering av orimliga värden och figur (2) efter. Innan filtreringen är det svårt att urskilja tydliga



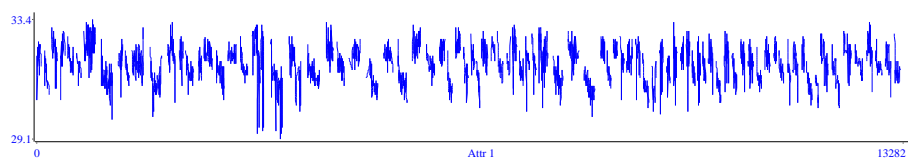
Figur 1: Uppmätta värden på flänshöjd, före filtrering.



Figur 2: Uppmätta värden på flänshöjd, efter filtrering.



Figur 3: Uppmätta värden på flänsbredd, före filtrering.



Figur 4: Uppmätta värden på flänsbredd, efter filtrering.

trender alls, men efter så ser det mycket bättre ut. Fortfarande kvarstår dock en viss bruskomponent på de uppmätta värdena.

Figur (3) och (4) visar samma sak för flänsbredden. Det ser ungefär likadant ut där.

Notera alltså att det inte är en fix övre och undre gräns som bestämmer vad som filtreras bort, utan gränserna anpassas dynamiskt till varje linje, och är olika stora längs olika positioner på linjen.

Slitagehastighet

Med samma modell kan vi också analysera fördelningen över möjliga lutningar på linjen genom punkterna. Vi kan till exempel räkna ut ur sannolikt det är

att linjen lutar t.ex uppåt eller nedåt. Det är bara att integrera fördelningen för lutningen från 0 och åt det håll man är intresserad av. Fördelningen för lutningen k enbart fås genom att integrera bort l och q . Återigen får man en Student-t-fördelning:

$$\begin{aligned}
P(k | X, T) &= \int_{l, q} P(k, l, q | Y, T) \\
&= \frac{\Gamma(\frac{n-1}{2})}{\sqrt{\pi}\Gamma(\frac{n-2}{2})} \cdot \frac{1}{\sqrt{nV'}} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{(k-M')^2}{nV'}\right)^{\frac{n-1}{2}}} \\
M' &= \frac{\sum y_i t_i - \sum y_i \sum t_i / n}{\sum t_i^2 - (\sum t_i)^2 / n} \\
V' &= \frac{\left(\frac{\sum y_i^2 / n - (\sum y_i)^2 / n^2}{\sum t_i^2 / n - (\sum t_i)^2 / n^2}\right) - \left(\frac{\sum y_i t_i / n - \sum y_i \sum t_i / n^2}{\sum t_i^2 / n - (\sum t_i)^2 / n^2}\right)^2}{n}
\end{aligned}$$

Väntevärdet på lutningen är M' och variansen på lutningen V' . Integralen över svansen blir:

$$\bar{A}(k) = \frac{\Gamma(\frac{n-1}{2})}{\sqrt{\pi}\Gamma(\frac{n}{2})} \left(\frac{nV'}{(k-M')^2}\right)^{\frac{n-2}{2}} {}_2F_1\left(\frac{n-2}{2}, \frac{n-1}{2}, \frac{n}{2}, -\frac{nV'}{(k-M')^2}\right)$$

Ovanstående uttryck kan vi nu använda om en viss lutning är rimlig givet data för en linje. Till exempel kan vi testa hypotesen att linjen inte lutar alls, eller lutar åt andra hållet än medelvärdet antyder.

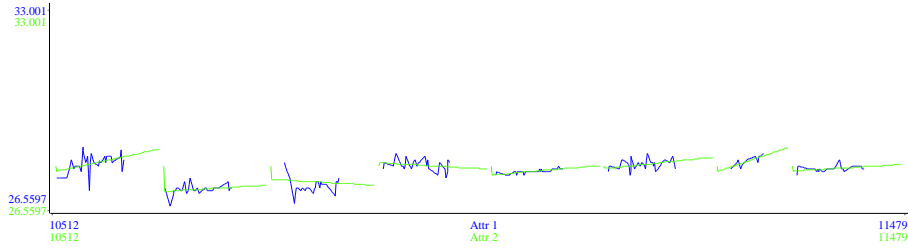
Man kan också vilja jämföra olika linjers lutning, för att upptäcka sådana med onormal lutning jämfört med de andra. Strikt sätt ska man då ta hänsyn till hela fördelningen av möjliga lutningar för varje linje, men en enklare lösning är att helt enkelt ta den förväntade lutningen för varje linje och lära in i en ny avvikelседetektor. Då betraktar vi istället alla linjers olika uppskattade lutningar k_i som dragna från en Gauss-fördelning med medelvärde μ och varians $1/q$:

$$P(k) = \sqrt{\frac{q}{2\pi}} e^{-\frac{q}{2}(k-\mu)^2}$$

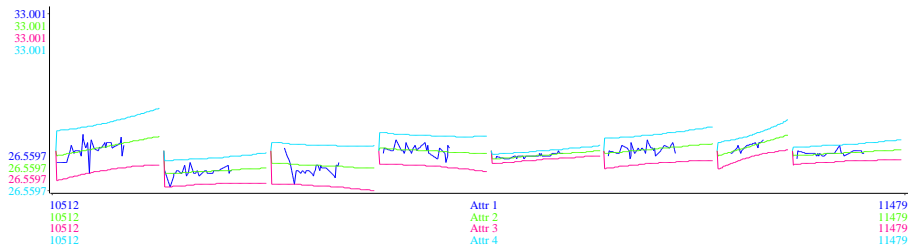
Analogt med tidigare räkningar kan vi då uttrycka först fördelningen över parametrarna μ och q , därefter sannolikhetsfördelningen för en ny lutning m givet tidigare observationer av lutningar K , och slutligen anomalin för den nya lutningen m :

$$P(\mu, q | K) \propto P(\mu, q) \prod_i P(k_i | \mu, q) = q^{n/2-1} e^{-\frac{q}{2} \sum_i (k_i - \mu)^2}$$

$$P(m | K) = \int_{\mu, q} P(m | \mu, q) P(\mu, q | K)$$



Figur 5: Flänshöjder, där några enligt regressionslinjerna verkar slitas åt fel håll.



Figur 6: Samma flänshöjder med sannolikhetsintervall på slitaget.

$$= \frac{\Gamma(\frac{n}{2})}{\sqrt{\pi}\Gamma(\frac{n-1}{2})} \cdot \frac{1}{\sqrt{(n+1)V''}} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{(m-M'')^2}{(n+1)V''}\right)^{\frac{n}{2}}}$$

$$M'' = \frac{\sum k_i}{n}$$

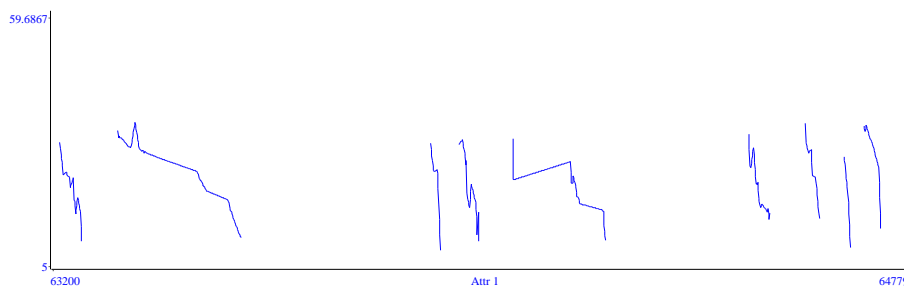
$$V'' = \frac{\sum k_i^2}{n} - \frac{(\sum k_i)^2}{n^2}$$

$$\bar{A}(m) = \frac{\Gamma(\frac{n}{2})}{\sqrt{\pi}\Gamma(\frac{n+1}{2})} \left(\frac{(n+1)V''}{(m-M'')^2}\right)^{\frac{n-1}{2}} {}_2F_1\left(\frac{n-1}{2}, \frac{n}{2}, \frac{n+1}{2}, -\frac{(n+1)V''}{(m-M'')^2}\right)$$

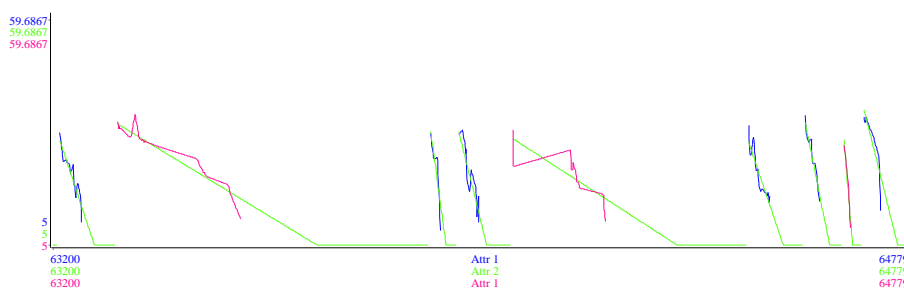
Med detta sista uttryck kan vi testa om någon lutning skiljer sig signifikant från övriga lutningar.

Test av slitagehastighet av flänshöjd

Figur (5) visar en del av flänshöjderna från figur (2), med regresionslinjer (dvs väntevärdet för z enligt formlerna ovan). Flänshöjden ska alltid öka med tiden, eftersom material slits nedanför flänsen. Det stämmer också med de flesta mätningarna, men några uppvisar regressionslinjer som verkar minska istället. Frågan är nu hur detta ska tolkas är det något konstigt som sker med dessa flänshöjder, har det blivit något fel i datafilen, eller är det bara slumpen som spelar



Figur 7: Mätserier av tjockleken på ett urval av 9 stycken bromsbelägg.



Figur 8: Samma urval av bromsbelägg med regressionslinjer för slitaget utritade. De med detekterat onormal slitagehastighet är rödmarkerade.

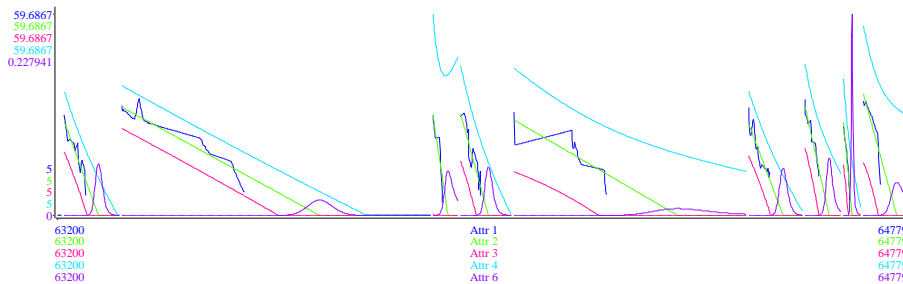
oss ett spratt så att vi råkade få några för höga mätvärden i början och några för låga på slutet?

För att svara på den sista frågan, om det verkar rimligt att det handlar om en ren bruseffekt, så kan vi använda formlerna för att ta reda på hur troligt det är att lutningen är större än noll trots att mätvärdena tenderar nedåt. En test av detta på samtliga linjer visar mycket riktigt att ingen med säkerhet kan sägas luta nedåt. Figur (6) visar samma kurvor men dessutom med övre och undre gränser inritade (anomali-gränser) enligt hela fördelningen för z . Även om kurvorna ifråga börjar nedåt, så vänder övre gränsen uppåt efter ett tag, vilket visar att det finns sådana rimliga lösningar.

Analysen visar alltså att vi inte kan avfärda hypotesen att det bara är en bruseffekt, dvs det finns ingen anledning att tro att det händer något konstigt med hjulen. Däremot visar det på svagheten med ren regressionsanalys, där osäkerheten inte framgår lika tydligt.

Onormalt slitage av bromsbelägg

En intressant fråga avseende bromsbelägg är om de slits olika snabbt. För att ta reda på det kan vi använda avvikelstdetektionen på slitagehastigheterna genom att träna på alla lutningar k_i och sen testa med var och en för att se om den



Figur 9: Samma urval av bromsbelägg, nu med övre och undre gränser samt prediktioner utritade.

är avvikande. Totalt hade vi tillgång till data från 3500 bromsbelägg. I figur (7) visas mätningar från ett litet urval av dem. Figur (8) visar samma belägg, men där regressionslinjerna visas. Tre av beläggen i figuren har avvikelsedetektionen utpekats med orimliga slitagehastigheter, två för långsamt och en för snabbt. De är markerade med rött i figuren.

Prediktion

Den sista uppgiften som återstår är att förutsäga när slitaget har nått en viss nivå. Vi känner redan fördelningen för att få ett visst mätvärde z vid en viss tidpunkt s , $P(z | Y, T, s)$. Nu vill vi istället veta fördelningen för tidpunkten s då vi når ett visst värde z , $P(s | Y, T, z)$, dvs det värde då det är dags att göra underhåll. En enkel observation ger att dessa är approximativt proportionella mot varandra, eftersom deras integraler är lika med varandra (och deras "equiprobabilitetslinjer" är nästan raka eller så svagt kurvade att det inte påverkar nämnvärt): sannolikheten att nå ett visst värde före en viss tidpunkt är samma som sannolikheten att vid den tidpunkten ha nått fram till eller förbi värdet. Det lättaste är därför att använda $P(z | Y, T, s)$ för att beräkna ett antal värden på kurvan och sen normalisera numeriskt.

I figur (9) visas resultatet. Det är samma bromsbelägg som i figur (8), nu med linjer för minsta och största rimliga värde utritade, och längst ner fördelningarna för när man förväntas nå till den nivån. Just eftersom integralerna är lika, så kan den utritade minsta gränsen för det uppmätta värdet användas för att bestämma senaste tidpunkt för service, vid den risknivå man satt i avvikelsedetektionen när man räknade ut gränsen.

Genom att på detta sätt beräkna en hel sannolikhetsfördelning, istället för ett enda värde på prognosen som man får från traditionell linjär regression, så får man mycket fylligare information när man ska ta ett beslut.

Diskussion

Vi har analyserat slitage på hjulprofiler och bromsbelägg på tåg genom Bayesianisk statistisk modellering och avvikelседetektion. Vi har visat hur man kan filtrera bort brus, detektera avvikande slitagehastigheter, och förutsäga när slitaget har nått en viss nivå.

Att filtrera bort orimliga värden med hjälp av statistisk avvikelседetektion fungerar bra och kan hantera relativt stora mängder orimliga värden (så länge de är i minoritet). Det ger också ett mer dynamiskt sätt att filtrera bort de orimliga värdena än att specificera fixa övre och undre tröskelvärden. Dels slipper man manuellt specificera mer eller mindre godtyckliga gränser, dels varierar gränserna längs kurvan och från kurva till kurva, varför man kan få en mycket mer precis bortfiltrering.

Linjär regression, där man hittar en enda linje baserat på “maximum likelihood” och ett relativt litet antal mätvärden, är väldigt känsligt för slumpmässiga fluktuationer i data. Genom att använda Bayesianisk statistik, modellerar man fördelningen över alla möjliga linjer, vilket ger ett betydligt mer robust resultat, och man kan få reda på hela sannolikhetsfördelningen av det man är intresserad av. I exemplen ovan visade den linjära regressionen ibland på resultat som lutar åt fel håll, och alltså är helt värdelöst för t.ex. prediktion. Den Bayesianiska analysen visade däremot att lutningen inte var entydig utan mycket väl kunde vara åt rätt håll.

Prediktion av när slitaget nått en viss nivå ger också en sannolikhetsfördelning. Förutom att man direkt kan se hur säker prediktionen är, så kan man själv bestämma sig för en acceptabel risknivå. Man kan också mata vidare sannolikhetsfördelningen till ett följande planeringssteg, som med stokastisk optimering tar hänsyn till risken och kostnaden av att inte hinna sätta in underhåll i tid och hittar den bästa avvägningen.

Avvikelседetektion av slitagehastigheter fungerade också bra, och lyckas hitta såväl för snabbt som för långsamt slitage. Sådant kan vara indikationer på att något behöver justeras innan det leder till allvarligare fel.

Sammanfattningsvis kan sägas att Bayesianisk statistik och avvikelседetektion är mycket användbara verktyg med stort tillämpningsområde, bland annat för analys av tidserier med trender, som t.ex slitage-data.